

Bölüm 4

KAPALI SİSTEMLERİN ENERJİ ANALİZİ

Amaçlar

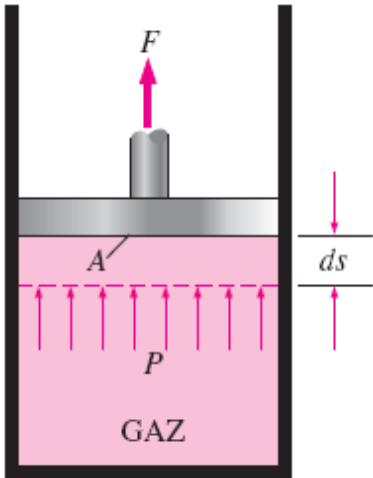
- Özellikle otomobil motoru ve kompresör gibi pistonlu makinelerde yaygın olarak karşılaşılan hareketli sınır işi veya PdV işi olmak üzere değişik iş biçimlerinin incelenmesi,
- Kapalı sistemler (Sabit kütleli) için Termodinamiğin birinci yasasının enerjinin korunumu ifadesi olduğunun tanıtılması,
- Kapalı sistemler için genel enerji dengesi bağıntısının geliştirilmesi,
- Sabit hacimde veya sabit basınçta özgül ısıların tanımlanması,
- Mükemmel gazların iç enerji ve entalpi değişimlerinin hesaplanmasını özgül ısılar ile ilişkilendirmek,
- Katı ve sıvı gibi sıkıştırılamayan maddelerin tanımlanması ve bu maddelerin iç enerji ve entalpi değişimlerinin belirlenmesi,
- Saf maddeler, mükemmel gazlar ve sıkıştırılamayan maddeler için iş ve ısı etkileşimleri içeren kapalı sistemlerin (sabit kütleli) enerji dengesi problemlerinin çözülmesi

HAREKETLİ SINIR İŞİ

Hareketli sınır işi ($P dV$ işi): Bir gazın piston-silindir düzeneğinde genişlemesi veya sıkıştırılması sırasında gerçekleşir

$$\delta W_s = F ds = PA ds = P dV$$

$$W_s = \int_1^2 P dV \quad (\text{kJ})$$

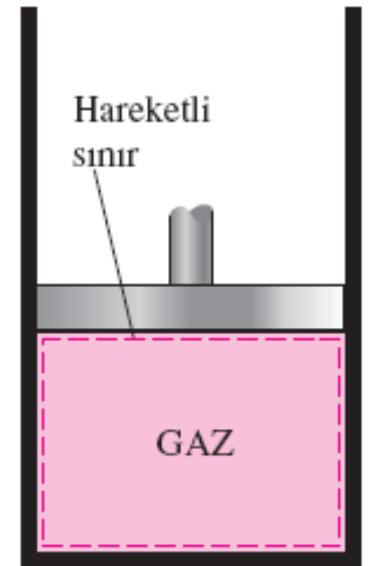


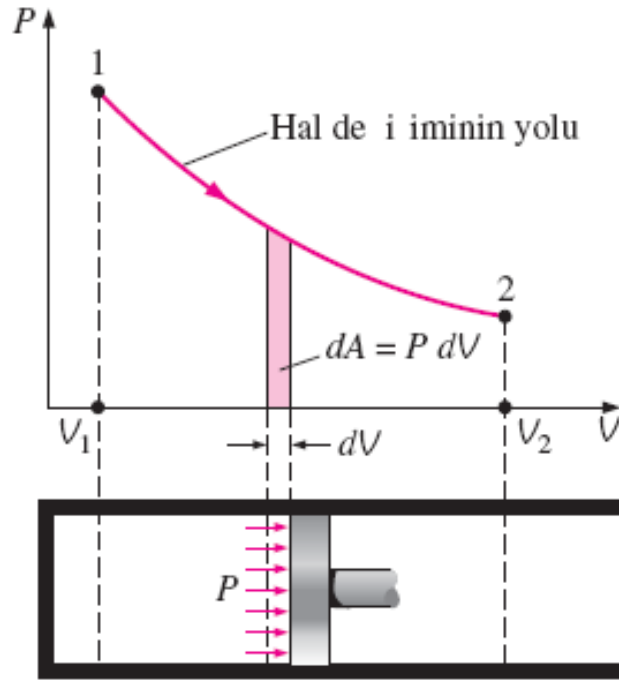
Gaz pistonu iterek ds diferansiyel miktarında hareket ettirirken δW_s miktarında iş yapar.

Sanki dengede durumu sistemin her an dengede olduğu.

W_s pozitif $\rightarrow$ Genişleme için
 W_s negatif $\rightarrow$ Sıkıştırma için

Hareketli sınırla ilişkili iş *sınır işi* diye adlandırılır.

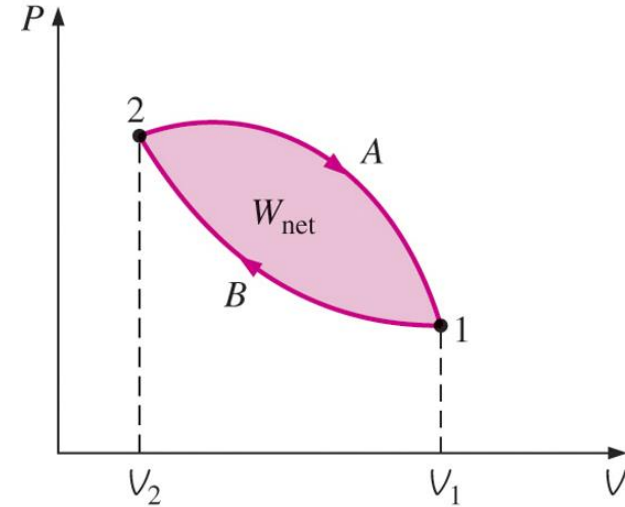




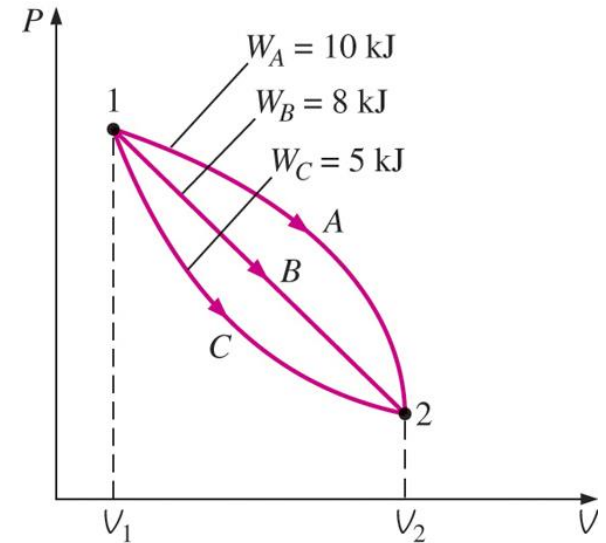
P-V diyagramında hal değ i ş i mi eğ r i si altında kalan alan iş i gösterir.

$$\text{Alan} = A = \int_1^2 dA = \int_1^2 P dV$$

Bir çevrim sırasında yapılan net iş, sistem tarafından yapılan işle sistem üzerinde yapılan iş arasındaki farktır.

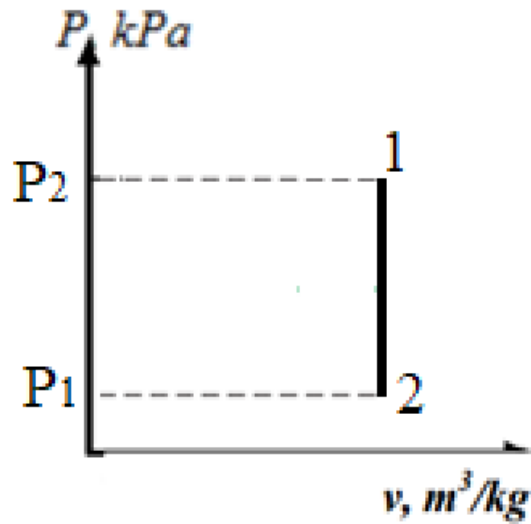


Bir hal değ i ş i mi sırasında yapılan sınır iş i, ilk ve son hallerle hal değ i ş i minin yoluna ba ğ lıdır.



Sabit hacimde bir hal değişimlerinde sınır işi

- Yapılan sınır işi her zaman sıfırdır.



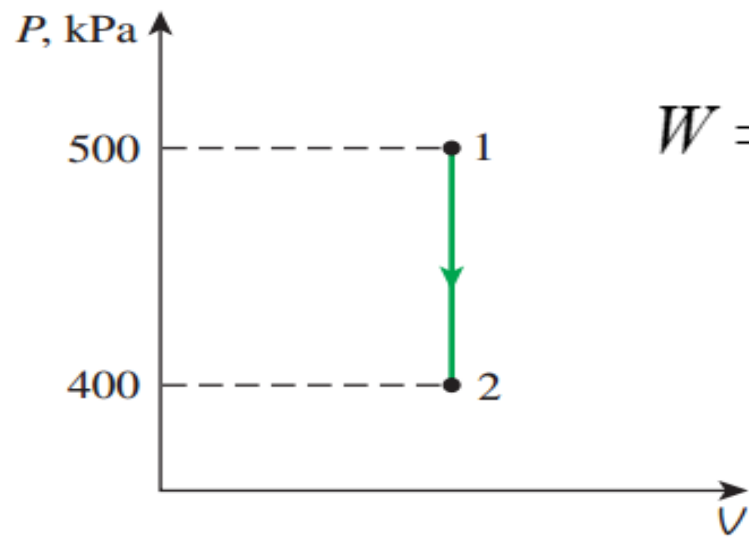
$$W = \int_1^2 P.dV = 0 \quad (dV = 0 \text{ olduğundan})$$

$$V_1 = V_2 = V = \text{sabit}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Örnek:

Sabit hacimli kapalı bir kapta, 500 kPa basınç ve 150°C sıcaklıkta hava bulunmaktadır. Çevreye olan ısı geçişi sonunda kap içindeki sıcaklık ve basınç sırasıyla 65 °C ve 400 kPa olmaktadır. Bu hal değişimi sırasında yapılan sınır işini hesaplayınız?



$$W = \int_1^2 P.dV = 0 \quad (dV = 0 \text{ olduğundan})$$

Tartışma: Bu beklenen bir sonuçtur, çünkü kap sabit hacimli olduğundan bu denklemde $dV = 0$. Bu nedenle hal değişimi sırasında sınır işi yapılmamaktadır. Sabit hacimde bir hal değişimi sırasında sınır işi her zaman sıfırdır. Bu durum hal değişiminin P-V diyagramından da açıkça görülmektedir, çünkü hal değişimi eğrisi altında kalan alan sıfırdır.

Sabit hacim hal değişiminde entropi değişimi;

$$V_1 = V_2 = V = \text{sabit} \quad dV = 0$$

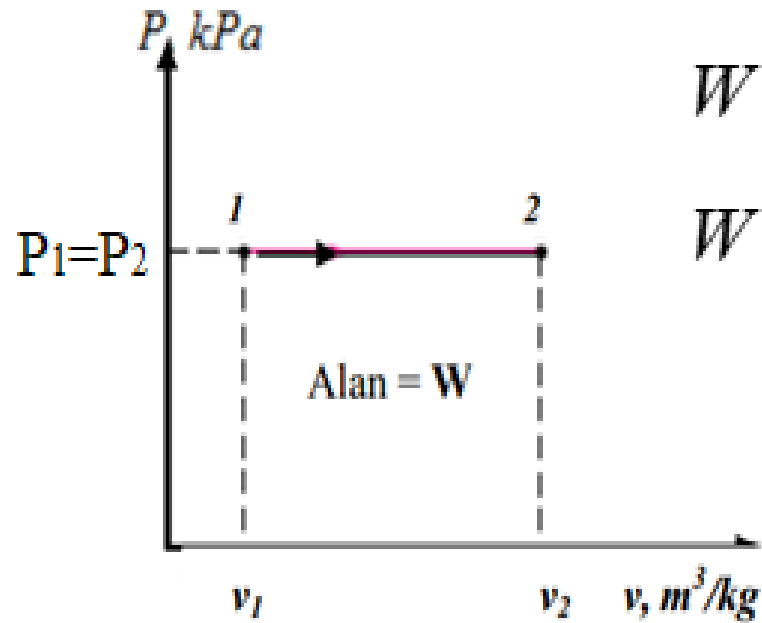
$$\int_1^2 ds = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \quad \text{ve} \quad du = c_v \cdot dt \quad \text{olduğundan,}$$

$$\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{du + P \cdot dV}{T} = \int_1^2 \frac{du}{T} = \int_1^2 \frac{c_v \cdot dT}{T}$$

$$\Delta S_{12} = c_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

..

Sabit basınç bir hal değişimlerinde sınır işi



$$W = \int_1^2 P.dV = P \int_1^2 dV = P(V_2 - V_1)$$

$$W = m.P(v_2 - v_1)$$

Sabit basınç hal değişimlerinde akışkan ideal gaz ise;

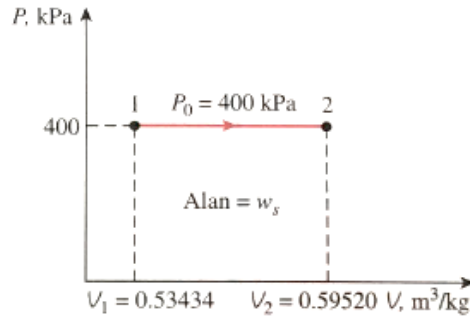
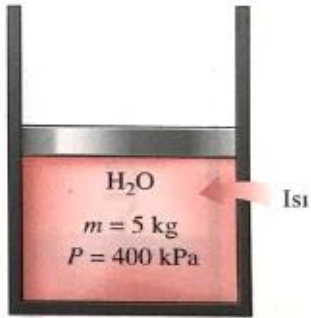
$$P_1 = P_2 = P = \text{sabit}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Örnek:

Sürtünmesiz bir piston-silindir düzeneğinde başlangıçta 400 kPa ve 200°C sıcaklıkta 5 kg su buharı bulunmaktadır. Daha sonra buhara ısı geçişi olmakta ve sıcaklığı 250°C'ye yükselmektedir. Pistonun serbest hareket edebildiğini ve kütesinin sabit olduğunu kabul ederek, buhar tarafından yapılan işi hesaplayınız?

Çözüm: Piston silindir düzeneğindeki su buharı sabit basınçta ısıtılmakta ve sıcaklığı artmaktadır. Yapılan sınır işi elde edilebilir. Sistemin genel çizimi ve hal değişiminin P-v diyagramı şekilde gösterilmiştir. Termodinamik tablolarda Tablo A-6'dan; P=400 kPa basınçta, 200 °C için $v_1=0,53434 \text{ m}^3/\text{kg}$, 250 °C için $P_2=0,59520 \text{ m}^3/\text{kg}$



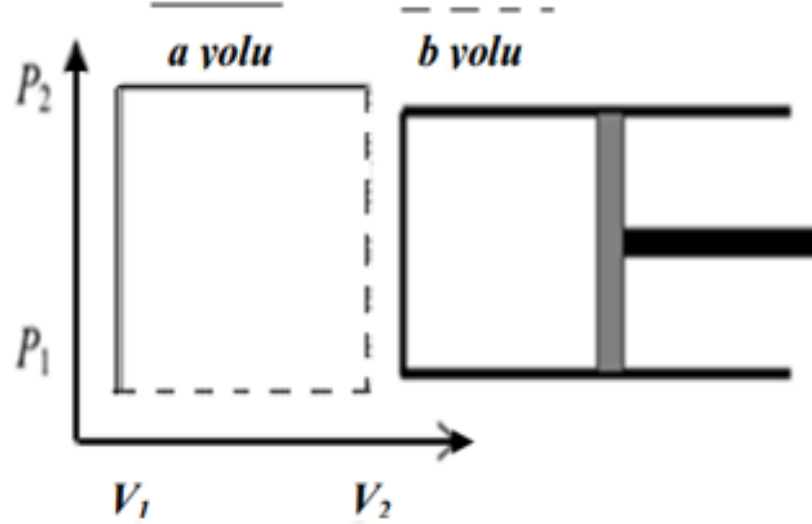
$$W_s = \int_1^2 P.dV = P \int_1^2 dV = P(V_2 - V_1)$$

$$W_s = m.P(v_2 - v_1)$$

$$W_s = 5.400(0,59520 - 0,53434)$$

$$W_s = 122 \text{ kJ}$$

Örnek: İçinde gaz bulunan bir piston silindir düzeneğine şekildeki gibi iki farklı yol (a ve b yolu) izlenerek P_1 , V_1 ilk halinden P_2 , V_2 son haline gelindiğinde yapılacak olan işlerin eşit olup olmadığını gösteriniz?



Çözüm:

(a) yolundan yapılan iş için, sabit hacimden sonra sabit basınç prosesi dikkate alınır.

$$W_a = \int_1^2 P.dV = \int_1^2 P.\cancel{dV} + \int_1^2 P.dV = 0 + P_2(V_2 - V_1)$$

$$W_a = P_2(V_2 - V_1)$$

(b) yolundan yapılan iş için, önce sabit basınç sonra sabit hacim prosesi dikkate alınır.

$$W_b = \int_1^2 P.dV = \int_1^2 P.dV + \int_1^2 P.\cancel{dV} = P_1(V_2 - V_1) + 0$$

$$W_b = P_1(V_2 - V_1)$$

Sonuç $P_1 \neq P_2$ olduğundan yapılan işler birbirlerinden farklıdır ($W_1 \neq W_2$)

Sabit basınç hal değişimlerinde entropi değişimi:

$$P_1 = P_2 = P = \text{sabit} \quad dP = 0$$

$$\int_1^2 ds = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \rightarrow \Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dh - V.dP}{T}$$

Burada;

$$Q - W_s - W_d = \Delta U$$

$$Q + W_d = (U_2 - U_1) + P.(V_2 - V_1)$$

$$Q = (h_2 - h_1) - V.dP \rightarrow \delta q = dh - V.dP \text{ ve } dh = c_p.dT$$

$$\int_1^2 ds = \int_1^2 \frac{dh}{T} \rightarrow \Delta S_{12} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Sabit sıcaklık hal değişimlerinde iş

Sabit sıcaklık hal değişiminde $P.V^n=C$ ve $n=1$ olarak hal değişimi gerçekleşir.

$$P.V = m.R.T = \text{sabit ve } P_1.V_1 = P_2.V_2 = P.V = C$$

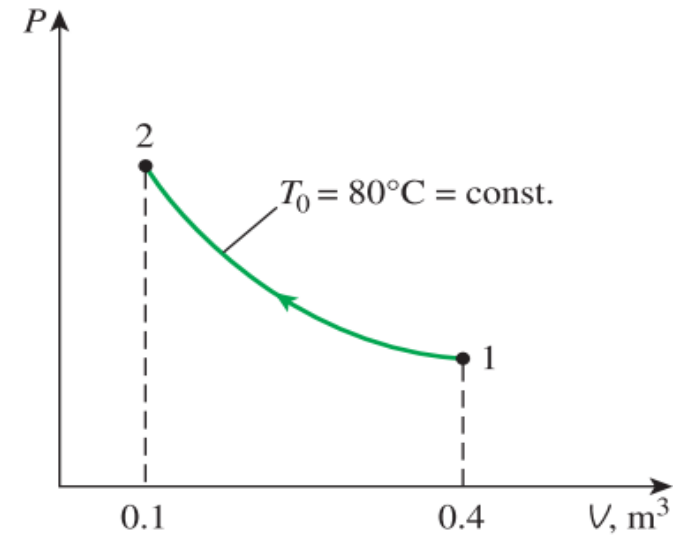
$$P = \frac{C}{V} \text{ burada } C \text{ sabittir.}$$

$$W_s = \int_1^2 P.dV = \int_1^2 \frac{C}{V}.dV = C \int_1^2 \frac{dV}{V} = C \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$W_s = P_1.V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = P_2.V_2 \ln \frac{P_1}{P_2} = m.R.T \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Burada P_1V_1 yerine P_2V_2 veya $(m.r.T)$ yazılabilir.

Ayrıca V_2 / V_1 yerine P_1 / P_2 yazılabilir.



Sabit sıcaklıkta entropi değişimi

$$T_1 = T_2 = T = \text{sabit} \quad dT = 0$$

$$\int_1^2 ds = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \rightarrow \Delta S_{12} = \frac{1}{T} \int_1^2 \delta Q$$

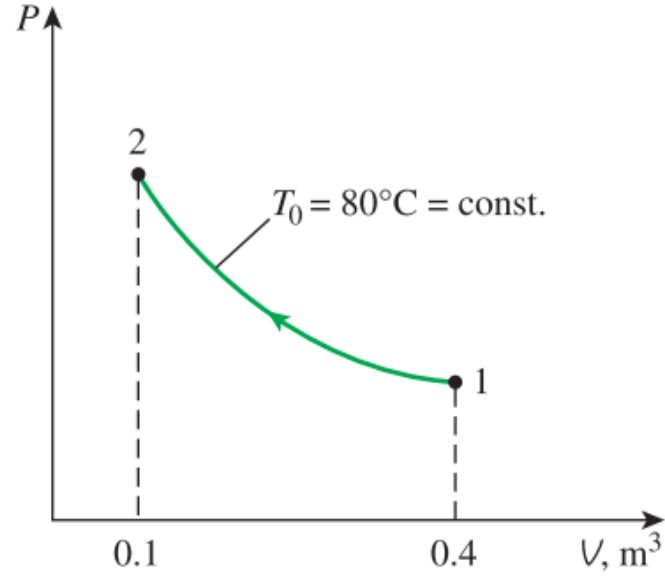
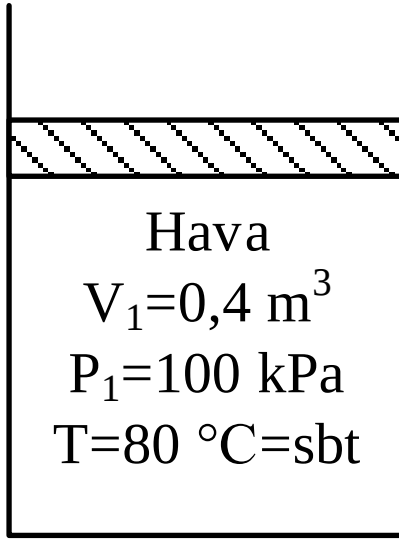
Burada;

$$du = cv \cdot dt \text{ ile } du = 0$$

$$ds = \frac{du + P \cdot dV}{T} \rightarrow ds = \frac{P \cdot dV}{T} \text{ ve } P \cdot v = R \cdot T \text{ ile } \frac{P}{T} = \frac{R}{v}$$

$$\int_1^2 ds = R \cdot \int_1^2 \frac{dv}{v} \rightarrow \Delta S_{12} = R \ln \frac{V_2}{V_1} = R \ln \frac{P_1}{P_2}$$

Örnek: İçerisinde başlangıçta 100 kPa basınç ve 80 °C sıcaklıkta 0,4 m³ hava bulunan sürtünmesiz bir piston - silindir düzeneği sabit sıcaklıkta 0,1 m³ oluncaya kadar sıkıştırılmaktadır. Bu işlem sırasında yapılan işi hesaplayınız?



Çözüm: Verilen koşullarda hava ideal gaz gibi düşünülerek işlem yapılır.

$$W_s = P_1 \cdot V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 100 \cdot 0,4 \ln \frac{0,1}{0,4} = -55,45 \text{ kJ}$$

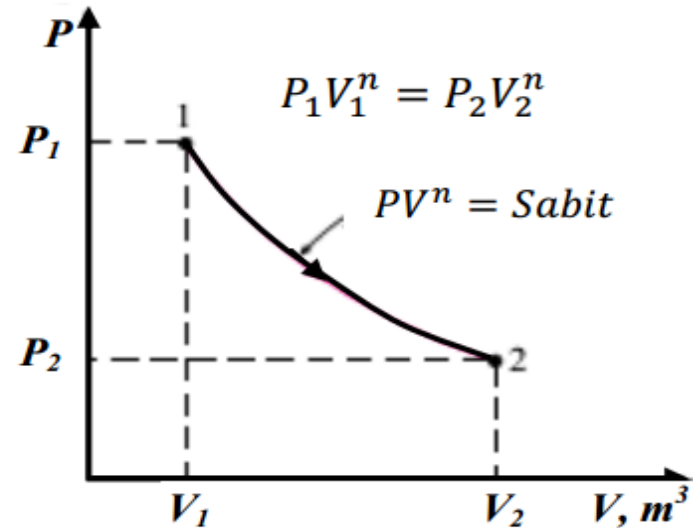
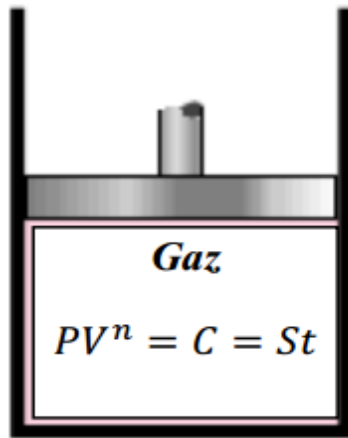
Sonucun sayısal değerinin negatif olması, sistem üzerinde iş yapıldığını gösterir, sıkıştırma işlemi proseslerinde yapılan iş her zaman negatiftir.

d) Politropik Hal Değişimi

Gerçek gazların genişleme ve sıkıştırma işlemlerinde, basınç ve hacim ilişkisi aşağıdaki denklemle verilir. Eğer hal değişimi esnasında $1 > n > k$ durumu varsa hal değişimi adyabatiktir.

$$P.V^n = C \rightarrow P = C.V^{-n}$$

Burada n ve C birer sabittir. Bu tür bir hal değişimi politropik hal değişimi olarak adlandırılır. İki hal arasında;



$P_1.V^n = P_2.V^n = C$ olmak üzere bu durumda hareketli sınır işi;

$$W_s = \int_1^2 P.dV = \int_1^2 C.V^{-n}.dV = C \left(\frac{V_2^{-n+1} - V_1^{-n+1}}{-n+1} \right) = \frac{P_2.V_2 - P_1.V_1}{1-n}$$

ideal gazlar için

$P.v = m.R.T$ olduğundan

W_s için aşağıdaki eşitlik yazılabilir :

$$W_s = \frac{m.R.(T_2 - T_1)}{1-n} \quad (kJ) \quad (n \neq 1)$$

Politropik hal değişimi

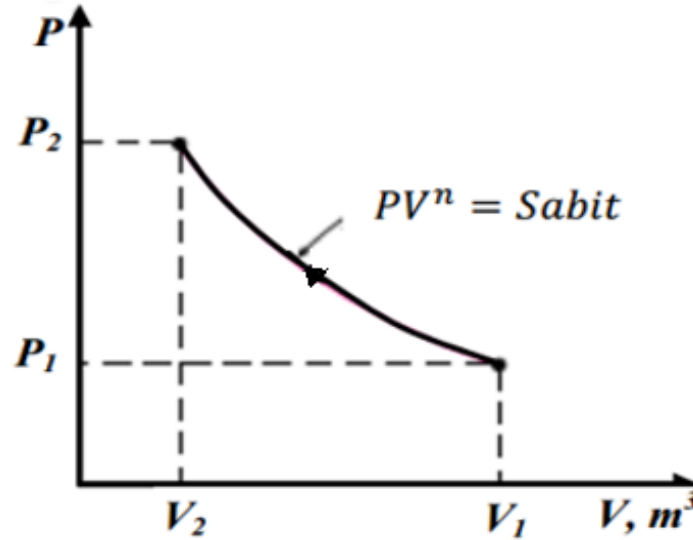
$$ds = \frac{\delta Q}{T}$$

$$ds = \frac{du + p.dV}{T} = \frac{dh - V.dP}{T} \rightarrow du = c_v.dT, dh = c_p.dT \text{ ve } \frac{P}{T} = \frac{R}{V}$$

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{R}{V} \rightarrow \Delta S_{12} = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Örnek: Sürtünmesiz bir piston-silindir düzeneğinde başlangıçta 100 kPa basınç ve 300 K sıcaklıkta 2 kg azot gazı bulunmaktadır. Azot gazı daha sonra $P.V^{1,4} = \text{sabit}$, olacak şekilde sıcaklığı 360 K oluncaya kadar sıkıştırılmaktadır. Bu hal değişimi sırasında yapılan işi hesaplayınız.

Çözüm: Hal değişiminin sanki-dengeli ve azot gazının ideal gaz olduğu kabul edilerek çözüm yapılabilir. İdeal gazlar için $P.v = m.R.T$ olduğundan aşağıdaki eşitlik yazılabilir,



$$W_s = \frac{m.R.(T_2 - T_1)}{1 - n} = \frac{2.0,2968(360 - 300)}{1 - 1,4}$$

$$W_s = -89 \text{ kJ}$$

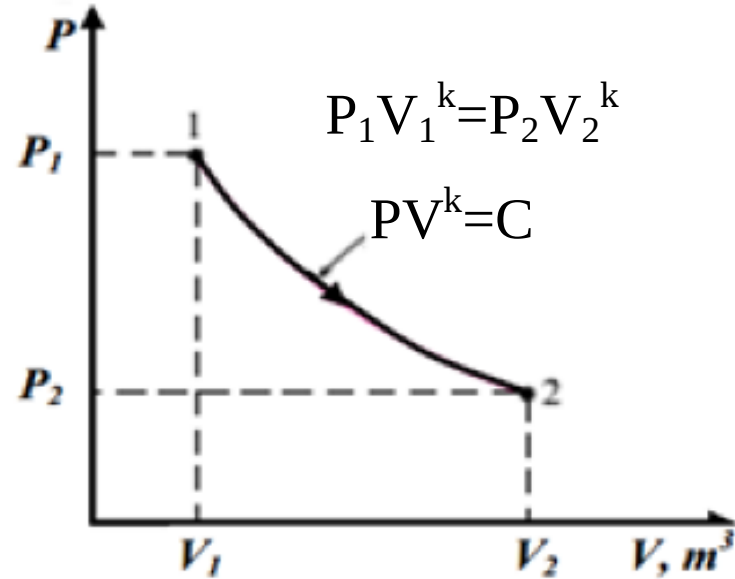
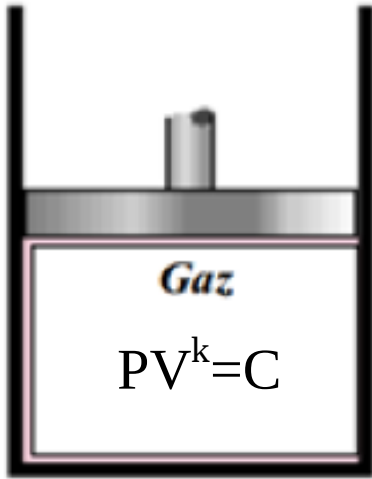
Sınır işinin negatif işaretli olması dışarıdan sistem üzerine iş yapıldığını gösterir.

e) Adyabatik hal değişimi

Gerçek gazların genişleme ve sıkıştırma işlemlerinde, basınç ve hacim ilişkisi aşağıdaki denklemle verilir. Eğer hal değişimi esnasında $n=k$ ise hal değişimi adyabatiktir.

$$P.V^k = C \rightarrow P = C.V^{-k}$$

Burada k ve C birer sabittir. Bu tür bir hal değişimi politropik hal değişimi olarak adlandırılır. İki farklı hal için;



$P_1.V_1^k = P_2.V_2^k = C$ olmak üzere bu durumda hareketli sınır işi;

$$W_s = \int_1^2 P.dV = \int_1^2 C.V^{-k}.dV = C \left(\frac{V_2^{-k+1} - V_1^{-k+1}}{-k+1} \right) = \frac{P_2.V_2 - P_1.V_1}{1-k}$$

ideal gazlar için $P.v = m.R.T$ olduğundan W_s için aşağıdaki eşitlik yazılabilir :

$$W_s = \frac{m.R.(T_2 - T_1)}{1-k} \quad (kJ) \quad (n = k)$$

$$P_1 \cdot V_1^k = P_2 \cdot V_2^k \rightarrow V_1 = \frac{mRT_1}{P_1} \text{ ve } V_2 = \frac{mRT_2}{P_2}$$

$$P_1 \left(\frac{mRT_1}{P_1} \right)^k = P_2 \left(\frac{mRT_2}{P_2} \right)^k \rightarrow P_1 \left(\frac{T_1}{P_1} \right)^k = P_2 \left(\frac{T_2}{P_2} \right)^k$$

$$P_1^{1-k} T_1^k = P_2^{1-k} T_2^k \rightarrow \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{1-k} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^k \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$P_1 \cdot V_1^k = P_2 \cdot V_2^k$$

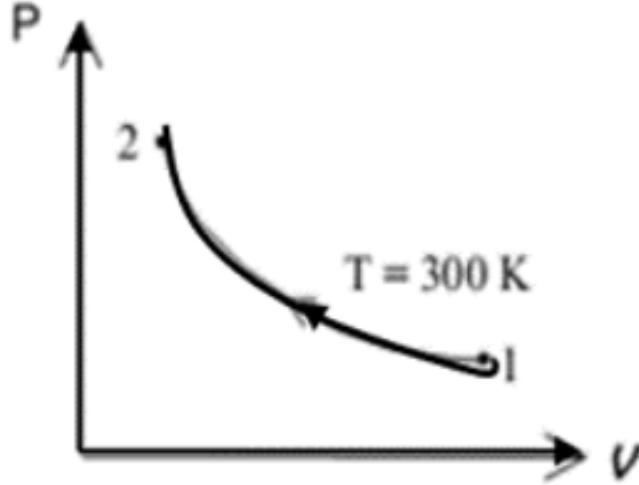
$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^k \text{ veya sıcaklık ve hacim arasında } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1}$$

Adyabatik hal değişiminde entropi değişimi:

$$ds = \frac{\delta q}{T} = 0 \rightarrow s_1 - s_2 \rightarrow \Delta S_{12} = s_1 - s_2 = 0$$

Örnek: Başlangıçta 300 K sıcaklık ve 150 kPa basınçta bulunan 0,2 m³ hacimli bir silindirde bulunan azot gazı sabit sıcaklıkta yapılan bir hal değişimiyle 800 kPa basınca sıkıştırılmaktadır. Bu hal değişimi sırasında yapılan sınır işini hesaplayınız?

Çözüm: Prosesin sanki-dengeli ve azotun ideal gaz gibi davrandığı kabul edilerek çözüme başlanır. Buna göre,



$$W_s = \int_1^2 P.dV = P_1.V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = P_2.V_2 \ln \frac{P_1}{P_2} = 150.0,2 \ln \left(\frac{150}{800} \right)$$

$$W_s = -50,2 \text{ kJ}$$

Sınır işinin negatif işaretli çıkması dışarıdan sistem üzerine iş yapıldığını göstermektedir.

KAPALI SİSTEMLER İÇİN ENERJİ DENGESİ

$$\underbrace{E_{giren} - E_{çıkan}}_{\text{ısı, iş ve kütle ile net enerji transferi}} = \underbrace{\Delta E_{sistem}}_{\text{iç enerji, kinetik ve potansiyel enerjilerdeki değişim}} \quad (kJ)$$

Birim zaman için yazılırsa;

$$\underbrace{\dot{E}_{giren} - \dot{E}_{çıkan}}_{\text{ısı, iş ve kütle ile net enerji transferi}} = \underbrace{\Delta E_{sistem} / dt}_{\text{iç enerji, kinetik ve potansiyel enerjilerdeki değişim}} \quad (kW)$$

$$Q - W_d - W_s = \Delta E$$

Birim kütle için;

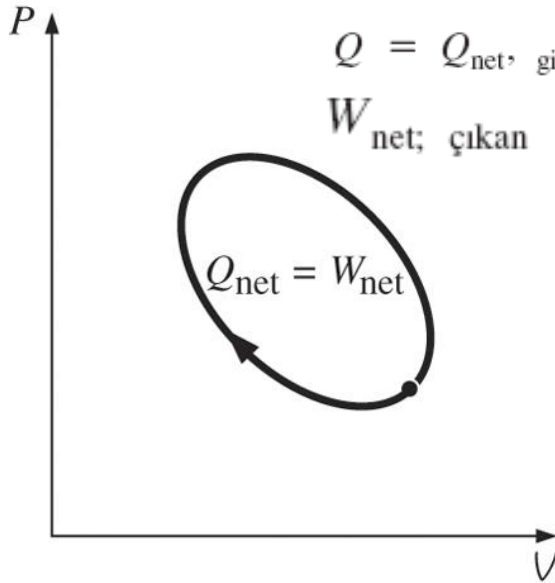
$$q - w = \Delta e \quad (kJ / kg)$$

Birim zaman için;

$$\dot{Q} - \dot{W} = dE / dt \quad (kW)$$

Diferansiyel form için;

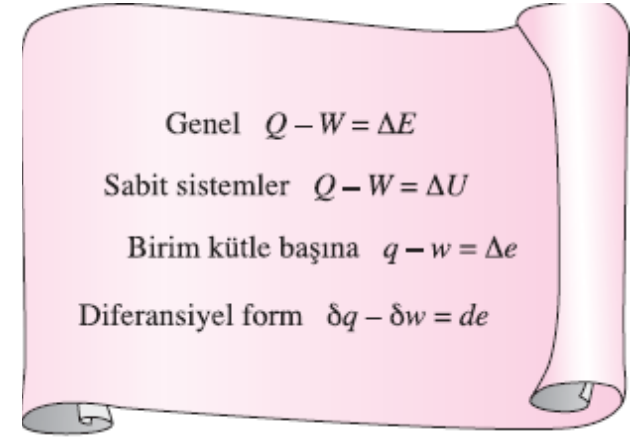
$$\delta Q - \delta W = dE \quad (kJ)$$



$$Q = Q_{\text{net, giren}} = Q_{\text{giren}} - Q_{\text{çıkan}}$$

$$W_{\text{net, çıkan}} = W_{\text{çıkan}} - W_{\text{giren}}$$

Bir çevrim için $\Delta E = 0$, böylece $Q = W$



Kapalı sistemler için birinci yasanın değişik yazılış biçimleri.

Birinci yasayı matematiksel olarak kanıtlamak olanaksızdır, fakat doğada birinci yasaya aykırı herhangi bir hal değişimi bilinmemektedir, bu da yeterli kanıt sayılmalıdır.

Sabit Basıncı bir genişleme ve sıkıştırma işlemi için Enerji denkliği

Sabit basınçta sanki dengeli hal değişiminden geçen kapalı bir sistem için genel analiz'de ısı geçiş yönü Q sisteme doğru ve W iş ise sistem tarafından yapıldığı kabul edilir.

Sabit basın sıkıştırma ve genişleme işlemi için:

$$\Delta U + W_s = \Delta H$$

Sabit basınçta hal değişim örneği

$$W_{e,giren} - Q_{çıkan} - W_s = \Delta U$$

$$W_{e,giren} - Q_{çıkan} = \Delta H = m(h_2 - h_1)$$

$$\underbrace{E_{giren} - E_{çıkan}}_{\text{Isı, iş ve kütle ile transfer edilen net enerji}} = \underbrace{\Delta E_{sistem}}_{\text{İç enerji, kinetik ve potansiyel enerjilerdeki değişim}}$$

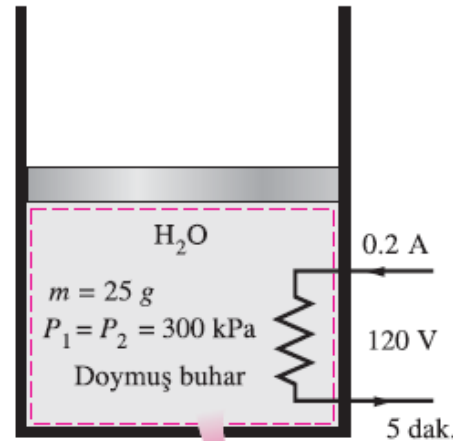
$$Q - W = \Delta U + \Delta KE^0 + \Delta PE^0$$

$$Q - W_{diğer} - W_s = U_2 - U_1$$

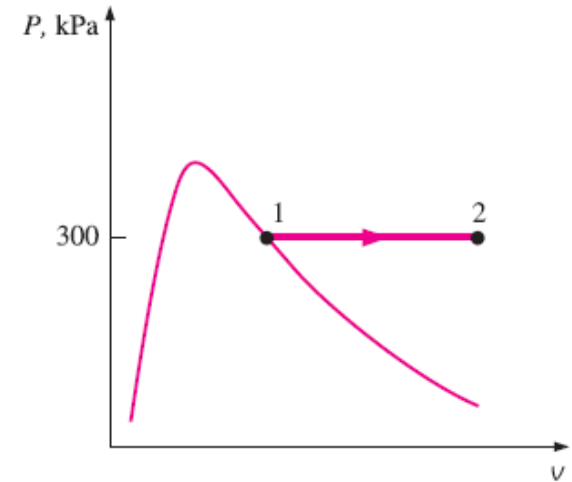
$$Q - W_{diğer} - P_0(V_2 - V_1) = U_2 - U_1$$

$$Q - W_{diğer} = (U_2 + P_2V_2) - (U_1 + P_1V_1)$$

$$Q - W_{diğer} = H_2 - H_1 \quad (\text{kJ})$$

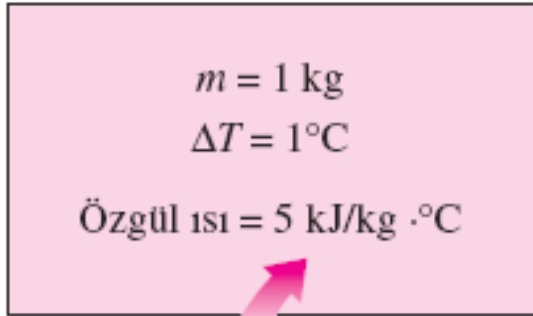


$$Q_{çıkan} = 3.7 \text{ kJ}$$



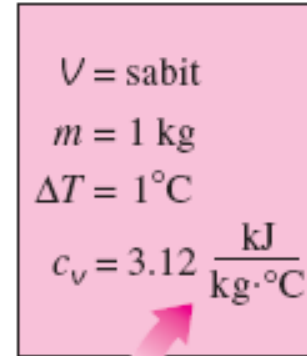
ÖZGÜL ISILAR

- **Sabit hacimde özgül ısı, c_v** : Maddenin birim kütlesinin sıcaklığını sabit hacimde bir derece yükseltmek için gerekli enerji.
- **Sabit basınçta özgül ısı, c_p** : Maddenin birim kütlesinin sıcaklığını sabit basınçta bir derece yükseltmek için gerekli enerji.

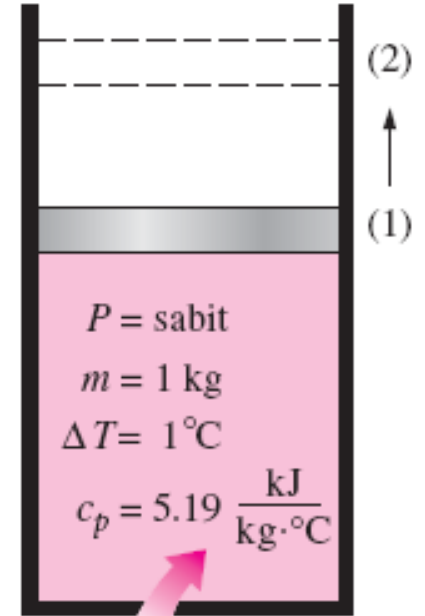


5 kJ

Sabit hacimde
ve sabit
basınçta
özgül ısılar c_v
ve c_p (verilen
değerler
helyum gazı
içindir)



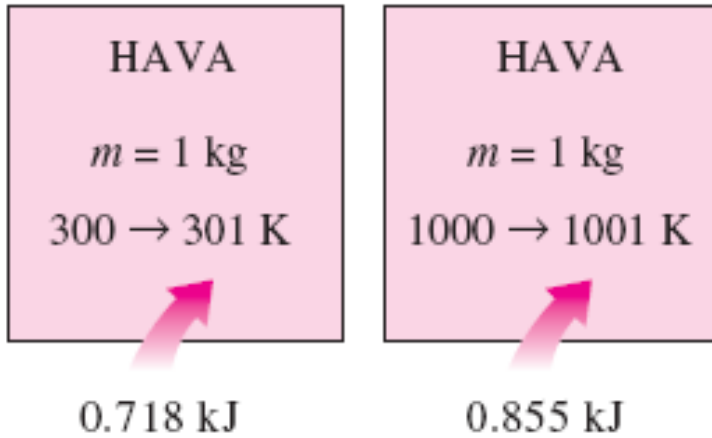
3.12 kJ



5.19 kJ

Özgöl ısı, maddenin birim kütlesinin sıcaklığını bir derece artırmak için gerekli enerjidir.

- c_v ve c_p 'nin özellikleri
- c_v 'nin iç enerji değişimleriyle, c_p 'nin ise entalpi değişimleriyle ilişkisi vardır.
- Özgül ısı için yaygın olarak kullanılan birimler $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$ veya $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 'dir. Bu iki birimin aynı mıdır?



Bir maddenin özgül ısısı sıcaklıkla değişir.

Doğru mu yanlış mı?
 c_p daima c_v den büyüktür.

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$$

= sabit hacimde, iç enerjinin sıcaklıkla değişimi

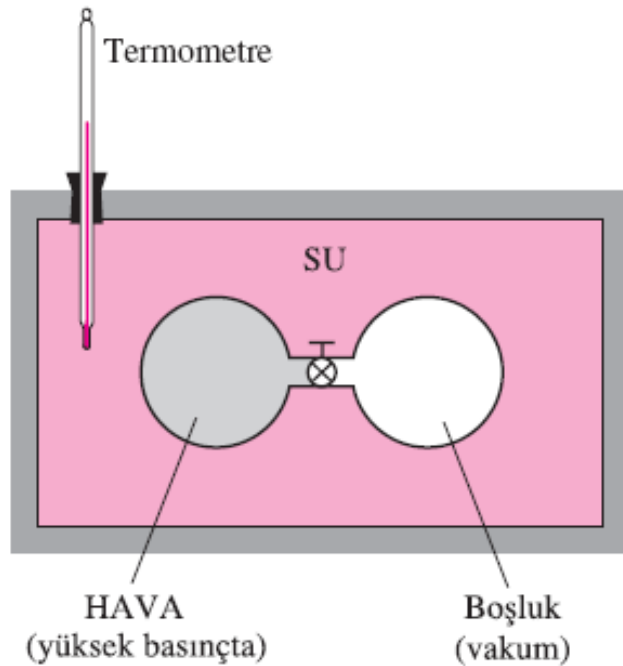
$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$$

= sabit basınçta entalpinin sıcaklıkla değişimi

c_v ve c_p 'nin tanımı.

MÜKEMMEL GAZLARIN İÇ ENERJİ, ENTALPİ VE ÖZGÜL ISILARI

Joule'ün deney düzeneğinin genel çizimi.



Mükemmel gazlar için u , h , c_v ve c_p sadece sıcaklıkla değişir.

$$\begin{aligned}u &= u(T) \\h &= h(T) \\c_v &= c_v(T) \\c_p &= c_p(T)\end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}h &= u + P v \\P v &= R T\end{aligned} \right\} h = u + R T$$

$$u = u(T) \quad h = h(T)$$

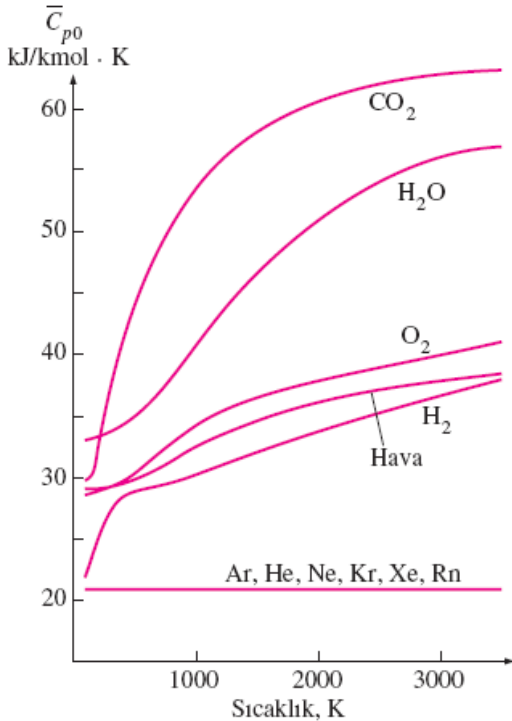
$$du = c_v(T) dT \quad dh = c_p(T) dT$$

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_1^2 c_v(T) dT$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \int_1^2 c_p(T) dT$$

mükemmel gazın iç enerji ve entalpi değişimleri

- Düşük basınçlarda, tüm gerçek gazlar mükemmel gaz davranışına yaklaşırlar, bu nedenle özgül ısıları sadece sıcaklığın fonksiyonu olur.
- Gerçek gazların düşük basınçlarda özgül ısıları mükemmel-gaz veya sıfır basınç özgül ısısı diye adlandırılır ve c_{p0} , c_{v0} ile gösterilir.



Bazı gazların mükemmel gaz özgül ısıları (c_{p0} denklemleri için Tablo A-2c'ye bakın).

bazı gazlara ilişkin u ve h değerleri, küçük sıcaklık aralıklarında hesaplanarak tablolarla verilmiştir

Bu tablolar belirli bir referans noktası seçip bunu 1 hali olarak saptadıktan sonra 4-25 ve 4-26 numaralı denklemlerdeki integraller alınarak hazırlanmışlardır.

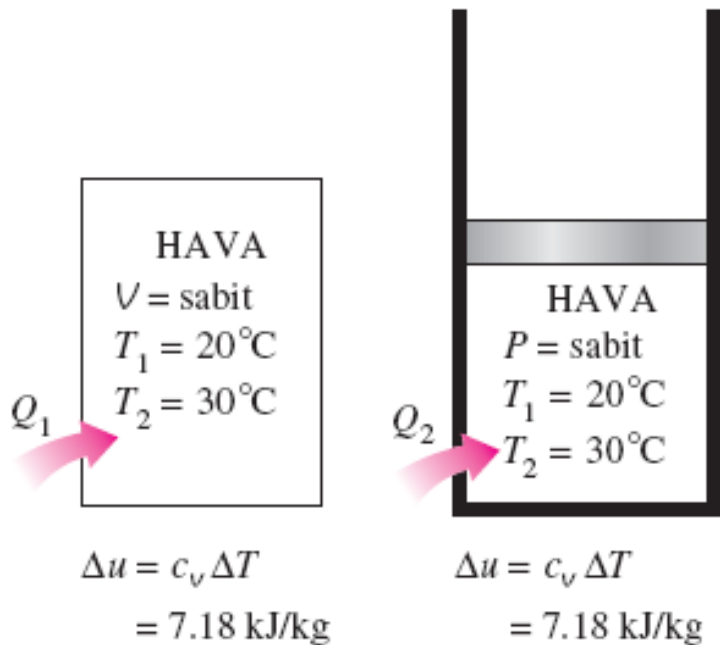
HAVA		
T, K	$u, kJ/kg$	$h, kJ/kg$
0	0	0
.	.	.
300	214.07	300.19
310	221.25	310.24
.	.	.

Mükemmel gaz tabloları hazırlanırken, 0 K referans sıcaklığı olarak seçilir.

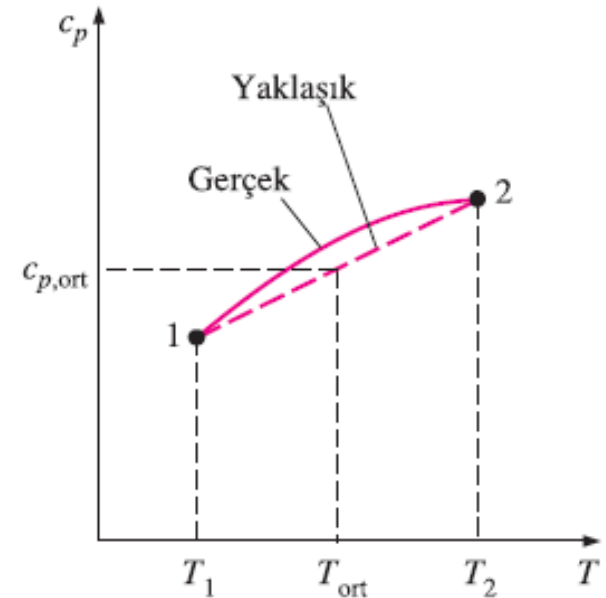
İç enerji ve enthalpy, özgül ısının, ortalama bir değerde sabit alındığı zaman değişir

$$u_2 - u_1 = c_{v,ort} (T_2 - T_1) \quad (\text{kJ/kg})$$

$$h_2 - h_1 = c_{p,ort} (T_2 - T_1) \quad (\text{kJ/kg})$$



$\Delta u = c_v \Delta T$ bağıntısı, sabit hacimde olsun veya olmasın tüm hal değişimleri için geçerlidir.



Küçük sıcaklık aralıklarında özgül ısıların sıcaklıkla doğrusal olarak değiştiği kabul edilebilir.

Δu ve Δh 'ı hesaplamak için kullanılan üç yol

1. Tablolarla verilmiş u ve h değerleri kullanılabilir. Tablolar bulunabiliyorsa en hassas ve en kolay yol budur.
2. c_v ve c_p değerlerini sıcaklığın fonksiyonu olarak veren bağıntıları kullanarak integral alınabilir. El hesapları için bu yol zaman alıcıdır, ancak bilgisayarda yapılan hesaplar için çok elverişlidir. Elde edilen sonuçlar çok hassastır.
3. Ortalama özgül ısı değerleri kullanılabilir. Bu yol kolayca uygulanabilir ve özelik tabloları bulunamadığı zaman çok uygundur. Sıcaklık aralığı çok büyük olmadığı sürece sonuçlar oldukça hassastır.

$$\Delta u = u_2 - u_1 \text{ (tablo)}$$

$$\Delta u = \int_1^2 c_v(T) dT$$

$$\Delta u \cong c_{v, \text{ort}} \Delta T$$

Δu 'nun hesaplanmasının üç yolu.

Mükemmel Gazlar İçin Özgül Isı Bağıntıları

ideal gazlarda;

$$h = u + RT, du = c_v dT \text{ ve } dh = c_p dT$$

$$c_p dT = c_v dT + RT \rightarrow c_p = c_v + R$$

$$R = c_p - c_v$$

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

Özgül ısı oranı

c_p , c_v ve R arasındaki bağlantı.

$$c_p = c_v + R \quad (\text{kJ/kg} \cdot \text{K})$$

Mol esasına göre

$$\bar{c}_p = \bar{c}_v + R_u \quad (\text{kJ/kmol} \cdot \text{K})$$

- ✓ Özgül ısıların oranı da sıcaklığın fonksiyonudur. Fakat özgül ısıların oranının sıcaklıkla değişimi çok belirgin değildir
- ✓ Tek atomlu gazlar için k sabit olup 1.667 değerindedir.
- ✓ Hava ve iki atomlu gazların birçoğu için oda sıcaklığında özgül ısıların oranı yaklaşık 1.4 değerindedir.

Ayrıca;

$$c_p = k.c_v \text{ ve } R = c_p - c_v \text{ ise,}$$

$$R = k.c_v - c_v \rightarrow R = c_v(k-1)$$

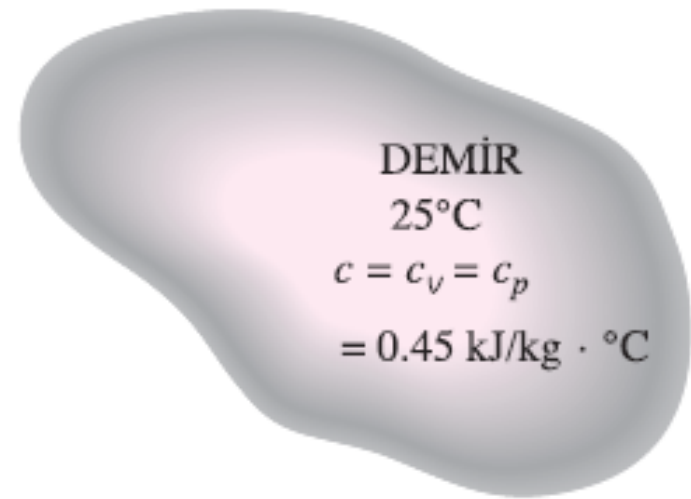
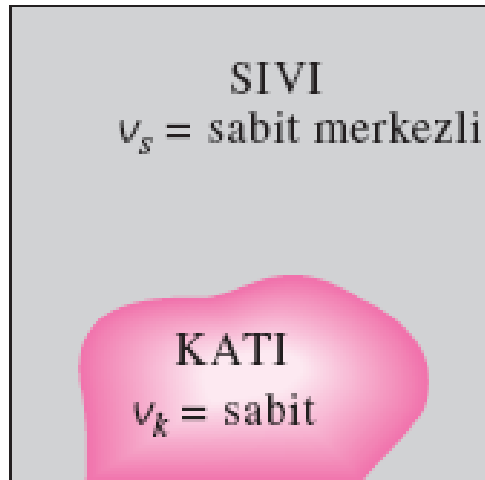
$$c_v = \frac{c_p}{k-1}$$

$$c_p = k.c_v \rightarrow c_p = k \frac{R}{k-1} \rightarrow c_p.k - c_p = k.R$$

$$c_p = \frac{k.R}{k-1}$$

KATI VE SIVILARIN İÇ ENERJİ, ENTALPİ VE ÖZGÜL ISILARI

Sıkıştırılamayan madde: Özgül hacmi veya yoğunluğu sabit olan maddeye. **Katı** ve **sıvıların** özgül hacimleri bir hal değişimi sırasında hemen hemen sabit kalır



Sıkıştırılamayan maddelerin özgül hacimleri bir hal değişimi sırasında sabit kalır.

Sıkıştırılamayan c_v ve c_p değerleri eşittir ve c ile gösterilir.

İç Enerji Değişimleri

$$du = c_v dT = c(T) dT \quad \Delta u = u_2 - u_1 = \int_1^2 c(T) dT \quad (\text{kJ/kg})$$

$$\Delta u \cong c_{\text{ort}} (T_2 - T_1) \quad (\text{kJ/kg})$$

Entalpi Değişimi

$$h = u + Pv$$

$$dh = du + v dP + P d\overset{\nearrow 0}{v} = du + v dP$$

$$\Delta h = \Delta u + v \Delta P \cong c_{\text{avg}} \Delta T + v \Delta P \quad (\text{kJ/kg})$$

Katılar için, $v \Delta P$ terimi ihmal edilebilecek kadar küçüktür, bu nedenle $\Delta h = \Delta u \cong c_{\text{ort}} \Delta T$. Sıvılar için iki özel durumla karşılaşılabilir:

1. Sabit basınçta hal değişimi, ısıtıcılarda ; ($\Delta P = 0$): $\Delta h = \Delta u \cong c_{\text{ort}} \Delta T$
2. Sabit sıcaklıkta hal değişimi, pompalarda ; ($\Delta T = 0$): $\Delta h = v \Delta P$

$$h_{@P,T} \cong h_{f@T} + v_{f@T}(P - P_{\text{sat}@T})$$

Sıkıştırılmış sıvı entalpisi

son terimin etkisi genellikle çok küçüktür ve ihmal edilebilir.

$$h_{@P,T} \cong h_{f@T}$$

Soru 4. 1: Kapalı bir kaptaki başlangıçta 100 kPa basınç ve 17 °C sıcaklıkta hava sabit entropide 5 bar basınca kadar sıkıştırılıyor sonra sabit hacimde 15 MPa basınca kadar ısıtılmaktadır. Buna göre her bir işlem için yapılan özgül işi, ısı transferini ve entropi değişimini bulunuz? ($k=1,4$; $R=0,287$ kJ/kgK)

Çözüm:

$$T_1 = 17^\circ\text{C} + 273 = 290 \text{ K}$$

$$P_1 = 100 \text{ kPa}$$

$$P_2 = 5 \text{ bar} = 500 \text{ kPa}$$

$$P_3 = 15 \text{ MPa} = 1500 \text{ kPa}$$

1-2 arasında adyabatik hal değişimi var;

$$W_{12} = \int_1^2 P \cdot dV = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{1 - k} = \frac{R(T_2 - T_1)}{1 - k}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow T_2 = 290 \cdot \left(\frac{500}{100}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 459,3 \text{ K}$$

$$W_{12} = \frac{0,287(290 - 459,3)}{1 - 1,4} \rightarrow W_{12} = -121,47 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{12} = 0 \text{ izentropik ve } \Delta_{12} = 0 \text{ (Sabit entropi)}$$

2-3 arasında sabit hacim hal değişimi var;

$$W_{23} = \int_2^3 P \cdot dV = 0 \text{ (sabit hacim iş yoktur)}$$

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{T_3}{T_2} \rightarrow \frac{1500}{500} = \frac{T_3}{459,3} \rightarrow T_3 = 1377,9 \text{ K}$$

$$q_{23} - w_{23} = \Delta u_{23}$$

$$q_{23} = c_v(T_3 - T_2) = \frac{R}{k - 1} (T_3 - T_2) = \frac{0,287}{1,4 - 1} (1377,9 - 459,3) \rightarrow q_{23} = 659,093 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta S_{23} = c_v \ln \frac{T_3}{T_2} = \frac{0,287}{1,4 - 1} \ln \left(\frac{1377,9}{459,3} \right) = 0,78825 \text{ k J/kgK}$$

Soru 2: Kapalı bir kaptaki başlangıçta $157\text{ }^{\circ}\text{C}$ 'de ve $0,5\text{ MPa}$ basınçtaki hava izantropik olarak 1 bar basınca kadar genişletilmektedir. Daha sonra sabit hacimde ilk basınca ulaşınca kadar ısıtılmaktadır. Buna göre her bir işlem için yapılan özgül, işi, ısı transferini ve entropi değişimini hesaplayınız? ($k=1,4$; $R=0,287\text{ kJ/kgK}$)

Çözüm:

$$T_1 = 157\text{ }^{\circ}\text{C} + 273 = 430\text{ K}$$

$$P_1 = 0,5\text{ MPa} = 500\text{ kPa}$$

$$P_2 = 1\text{ bar} = 100\text{ kPa}$$

1-2 arasında izentropik hal değişimi var;

$$W_{12} = \int_1^2 P \cdot dV = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{1 - k} = \frac{R(T_2 - T_1)}{1 - k}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow T_2 = 430 \cdot \left(\frac{100}{500}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 271,8\text{ K}$$

$$W_{12} = \frac{0,287(271 - 430)}{1 - 1,4} \rightarrow W_{12} = 113,5\text{ kJ/kg}$$

$$q_{12} = 0\text{ izentropik ve } \Delta_{12} = 0\text{ (Sabit entropi)}$$

2-3 arasında sabit hacim hal değişimi var;

$$W_{23} = \int_2^3 P \cdot dV = 0 \text{ (sabit hacim iş yoktur)}$$

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{T_3}{T_2} \rightarrow \frac{500}{100} = \frac{T_3}{271,8} \rightarrow T_3 = 1359 \text{ K}$$

$$q_{23} - w_{23} = \Delta u_{23}$$

$$q_{23} = c_V(T_3 - T_2) = \frac{R}{k - 1} (T_3 - T_2) = \frac{0,287}{1,4 - 1} (1351 - 271,8) \rightarrow q_{23} = 780,06 \text{ kJ/kg}$$

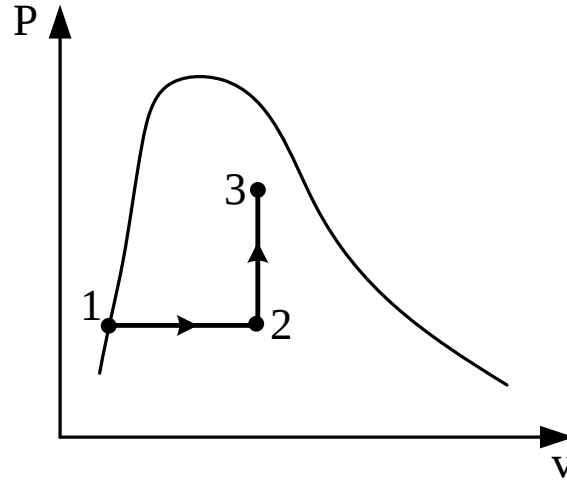
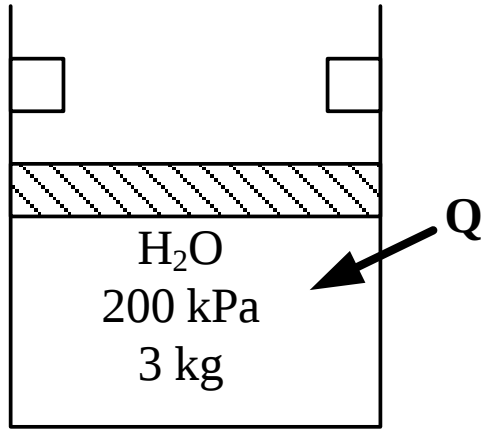
$$\Delta S_{23} = c_V \ln \frac{T_3}{T_2} = \frac{0,287}{1,4 - 1} \ln \left(\frac{1351}{271,8} \right) = 1,15 \text{ kJ/kgK}$$

Soru 4.3: Bir piston silindir düzenğinde başlangıçta 200 kPa basınçta doymuş sıvı halinde 3 kg su bulunmaktadır. Daha sonra suya ısı geçişi olmakta, suyun bir bölümü buharlaşmakta ve piston yükselmektedir. Hacim 60 L olduğunda piston durduruculara dokunmaktadır. Isıtma işlemi basınç ilk haldeki basıncın iki katı oluncaya kadar devam etmektedir. Buna göre:

- Hal değişiminin P-v diyagramını çiziniz?
- Son halde sistemin sıvı fazındaki kütlelerini,
- Hal değişimi sırasında yapılan toplam işi ve ısı geçişini hesaplayınız?

Çözüm 4.3:

a) $P_1 = 200$ kPa doymuş sıvı, Tablo A-5 doymuş su basınç tablosundan $v_1 = v_f = 0,001061$ m³/kg, $u_1 = u_f = 504,49$ kJ/kg



b)

$$v_3 = \frac{V_3}{m} = \frac{0,06}{3} = 0,02 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$P_3 = 400 \text{ kPa}$ ve $v_3 = 0,02 \text{ m}^3/\text{kg}$ için doymuş su basınç tablosundan;

$$v_f = 0,001084 \text{ m}^3/\text{kg}, v_g = 0,4625 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u_f = 604,31 \text{ kJ/kg}, u_{fg} = 194,93 \text{ kJ/kg},$$

$$x_3 = \frac{v_3 - v_f}{v_{fg}} = \frac{0,02 - 0,001084}{0,4625 - 0,001084} = 0,041$$

$$x = \frac{m_g}{m} \text{ ve } m = m_f + m_g \text{ ise};$$

$$m_f = m(1 - x_3) = 3(1 - 0,041) = 2,877 \text{ kg}$$

c)

Son hal : doymuş sıvı – buhar karışımı

400 kPa basınçta $T_3 = T_{\text{doyma}} = 143,63^\circ\text{C}$

$$W_{12} = \int_1^2 P.dV = P(V_2 - V_1) = m.P(v_2 - v_1)$$

$$W_{12} = 3.200(0,02 - 0,001) = 11,4 \text{ kJ}$$

$$W_{23} = 0 \quad (V = \text{sabit olduğundan})$$

$$u_3 = u_f + x_3(u_{fg}) = 604,31 + 0,041(1949,3) = 684,23 \text{ kJ / kg}$$

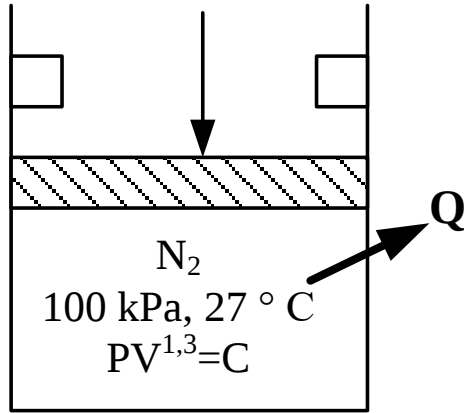
Enerjinin korunumu :

$$Q - \cancel{W_d} - \cancel{W_s} = \Delta U + \cancel{\Delta KE} + \cancel{\Delta PE}$$

$$Q = m(u_2 - u_1) + W_s = 3(684,23 - 504,49) + 11,4$$

$$Q = 550,6 \text{ kJ}$$

Örnek 4.4: Bir piston silindir düzeneğinde başlangıçta 100 kPa basınç ve 27 °C sıcaklıkta 0,8 kg azot gazı bulunmaktadır. Daha sonra azot $PV^{1,3}=\text{sabit}$ bağıntısına uygun politropik bir hal değişimiyle, hacmi yarı yarıya azalincaya kadar sıkıştırılmaktadır. Bu hal değişimi sırasında yapılan işi ve ısı geçişini hesaplayınız?



$$P_2 \cdot V_2^{1,3} = P_1 \cdot V_1^{1,3} \rightarrow P_2 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{1,3} P_1$$

$$P_2 = 2^{1,3} \cdot 100 = 246,2 \text{ kPa}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{P_2}{P_1} \frac{V_2}{V_1} T_1 = \frac{246,2}{100} 0,5 \cdot 300$$

$$T_2 = 369,3 \text{ K}$$

$$W_s = \int_1^2 P \cdot dV = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} = \frac{m \cdot R (T_2 - T_1)}{1-n}$$

$$W_s = \frac{0,8 \cdot 0,2968 (369,3 - 300)}{1-1,3} = -54,8 \text{ kJ}$$

Termodinamiğin 1. yasası

$$Q - W_d - W_s = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE$$

$$Q = m(u_2 - u_1) + W_s$$

$$Q = m \cdot c_v (T_2 - T_1) + W_s = 0,8 \cdot 0,744 (369,3 - 300) + (-54,8) = -13,6 \text{ kJ}$$

Örnek 4.5: Sıcaklığı 1227 °C, hacmi 2 L olan bir gaz, sabit basınçta 1727 °C sıcaklığa kadar ısıtılmaktadır. Özgül ısıların $c_p=1,04$ kJ/kgK, $c_v= 0,749$ kJ/kgK olması durumuna göre gazın son hacmini ve yapılan işi hesaplayınız?

Çözüm 4.5:

P= sabit

$$T_1= 1227\text{ }^{\circ}\text{C}+273 = 1500\text{ K ve } T_2= 1727\text{ }^{\circ}\text{C} + 273= 2000\text{ K}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \rightarrow V_2 = 0,002 \frac{2000}{1500} \rightarrow V_2 = 0,00266\text{ m}^3$$

Yapılan iş

$$W_{12} = P(V_2 - V_1) = R(T_2 - T_1)$$

$$R = c_p - c_v = 1,04 - 0,749 = 0,291\text{ kJ / kgK}$$

$$W_{12} = 0,291(2000 - 1500) = 145,5\text{ kJ / kg}$$

Soru 4.6: Bir silindir içinde çevre şartlarında 1 bar basınç ve 25 °C sıcaklıkta bulunan gaz önce sabit sıcaklıkta sıkıştırılarak basıncı 7 bar a yükseltiliyor. Sonra adyabatik olarak ilk basınca kadar genişletiliyor. Her hal değişimi tersinir olduğuna göre;

a) P-v ve T-s diyagramlarını çiziniz?

b) Gaz He olduğuna göre son sıcaklığı, birim kütle için iş ve entropi değişimlerini hesaplayınız?

Çözüm 4.6:

Verilenler

$$P_1 = 1 \text{ bar} = 100 \text{ kPa}$$

$$P_2 = 7 \text{ bar} = 700 \text{ kPa}$$

$$T_1 = 25 \text{ °C} + 273 = 298 \text{ K}$$

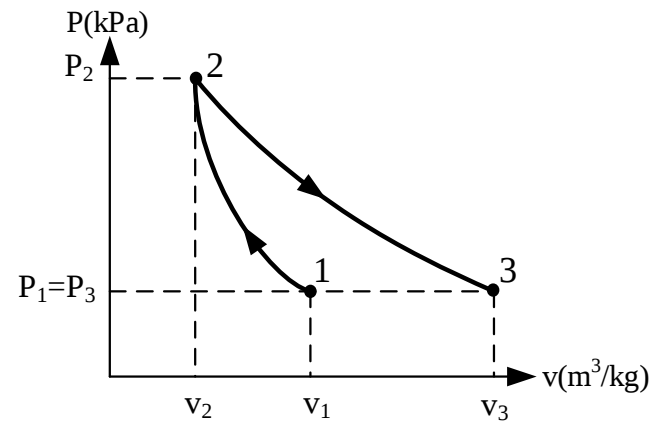
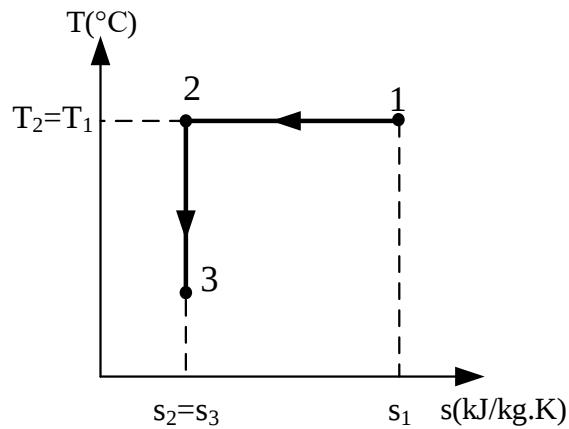
$$R = c_p - c_v = 5,19 - 3,11 = 2,078 \text{ kJ / kgK}$$

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5,19}{3,11} = 1,669$$

He için

$$c_v = 3,11 \text{ kJ/kgK}$$

$$c_p = 5,19 \text{ kJ/kgK}$$



Son sıcaklık

$$\left(\frac{P_2}{P_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_2}{T_3} \rightarrow \left(\frac{7}{1}\right)^{\frac{1,669-1}{1,669}} = \frac{298}{T_3} \rightarrow T_3 = 136,6 \text{ K}$$

$$W_{12} = R.T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = R.T_1 \ln \frac{P_1}{P_2} = 2,078.298 \frac{1}{7} = -1205 \text{ kJ / kg}$$

$$W_{23} = \frac{P_2.V_2 - P_3.V_3}{k-1} = \frac{R(T_2 - T_3)}{k-1} = \frac{2,078(298 - 136,6)}{1,669 - 1} = 501,33 \text{ kJ / kg}$$

$$\Delta S_{12} = R \ln \frac{V_2}{V_1} = R \ln \frac{P_1}{P_2} = 2,078 \ln \frac{1}{7} = -4,043 \text{ kJ / kg.K}$$

$$\Delta S_{23} = s_3 - s_2 = 0$$

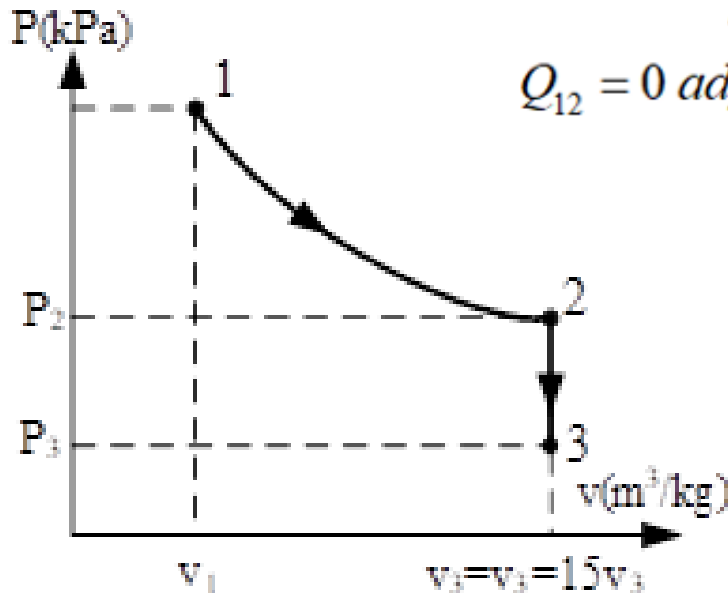
Örnek 4.7: Bir ideal gaz başlangıçta 2500 °C sıcaklık ve 45 bar basınçtadır. Bu gaz önce tersinir adyabatik olarak hacmi ilk hacminin 15 katı oluncaya kadar genişletiliyor. Daha sonra sabit hacimde soğutulurak basıncı 1,2 bar a düşürülüyor. İşlemi P-v diyagramında gösteriniz? 1 kg gaz için her iki işlem sırasında iş ve ısı alışverişini hesaplayınız? ($c_p=1$ kJ/kgK ve $c_v=0,75$ kJ/kgK)

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{1}{0,75} = 1,33$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} \rightarrow T_2 = 2773 \left(\frac{V_1}{15V_1} \right)^{1,33-1} \rightarrow T_2 = 1134,6 \text{ K}$$

$$W_{12} = \frac{m.R(T_1 - T_2)}{k-1} = \frac{1.0,25(2773 - 1134,6)}{1,33-1} = 1241,21 \text{ kJ / kg}$$

$$Q_{12} = 0 \text{ adyabatik hal değişimi olduğundan}$$



$W_{23} = 0$ sabit hacim hal değişimi

$$P_1 \cdot v_1 = R \cdot T \rightarrow v_1 = R \frac{T_1}{P_1} = 0,25 \frac{2773}{4500} = 0,154 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$v_2 = 15v_1 = 15 \cdot 0,154 \rightarrow v_2 = v_3 = 2,31 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

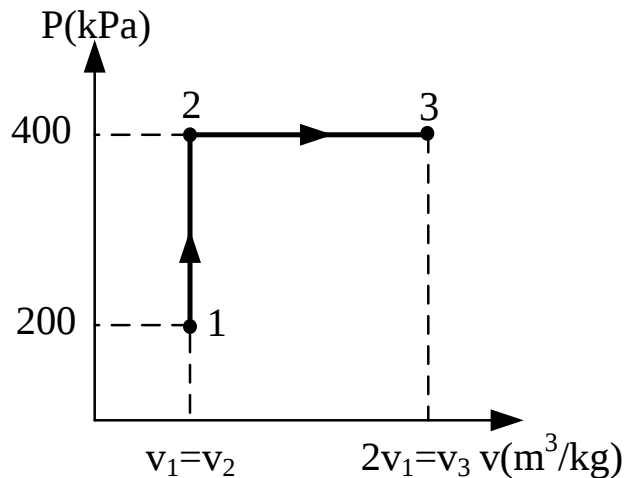
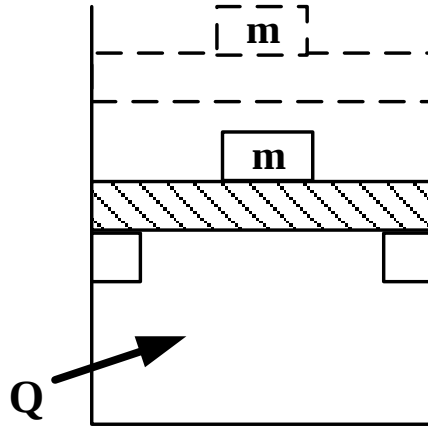
$$P_1 \cdot v_1^k = P_2 \cdot v_2^k \rightarrow P_2 = 4500 \left(\frac{0,154}{2,31} \right)^{1,33} = 122,7 \text{ kPa}$$

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{T_3}{T_2} \rightarrow T_3 = 1134,6 \frac{100}{122,7} = 922,44 \text{ K}$$

$$Q_{23} = m \cdot cv(T_3 - T_2) = 1 \cdot 0,25(922,44 - 1134,6) = -159,23 \text{ kJ} / \text{kg}$$

Örnek 4.8: Bir piston silindir sisteminde başlangıçta 200 kPa, $T_1=300$ K'de $m=3$ kg hava varken, ağırlıklı piston takozlara oturmuş durumdadır. Pistonu yukarı hareket ettirmek için 400 kPa basınca gerek vardır. Daha sonra havaya ısı geçişi olmakta ve hacim 2 katına çıkmaktadır. Yapılan işi ve ısı geçişini hesaplayınız? ($R=0,287$ kJ/kgK)

Çözüm 4.8:



$$W_{12} = \int_1^2 P.dV = 0$$

$$W_{23} = \int_2^3 P.dV = P(V_3 - V_2)$$

$$P_1.V_1 = m.R.T_1 \Rightarrow V_1 = \frac{m.R.T_1}{P_1} = \frac{3.0,287.300}{200}$$

$$V_1 = 1,29 \text{ m}^3 = V_2$$

ve

$$V_3 = 2.1,29 = 2,58 \text{ m}^3$$

yapılan net iş :

$$W_{12} + W_{23} = P(V_3 - V_2) = 400(2,58 - 1,29) = 516 \text{ kJ}$$

I.Yol

$$\Sigma Q = Q_{12} + Q_{23} = m.c_v(T_2 - T_1) + m.c_p(T_3 - T_2)$$

II.Yol

$$Q - W = \Delta U$$

$$Q = m(U_{son} - U_{ilk}) + W_{net}$$

$$P_3.V_3 = m.R.T_3$$

$$400.2,58 = 2.0,287.T_3 \rightarrow T_3 = 1198 \text{ K} \approx 1200 \text{ K}$$

$$\left. \begin{array}{l} U_{300} = 214,07 \text{ kJ / kg} \\ U_{1200} = 933,33 \text{ kJ / kg} \end{array} \right\} \text{Havanın termodinamik özellikleri tablosundan}$$

$$T_{ilk} = 214,07 \text{ K ve } T_{son} = 933,33 \text{ K}$$

$$Q = 3.(933,33 - 214,07) + 516$$

$$Q = 2674 \text{ kJ}$$

Özet

- Hareketli sınır işi
 - W_s izotermal işlem için
 - W_s Sabit basınçlı işlem için
 - W_s Politropik işlem için
- Kapalı sistemlerde enerji dengesi
 - Sabit basınçta sıkıştırma ve genişlem işlemi için enerji dengesi
- Özgül Isı
 - Sabit basınçta özgül ısı, c_p
 - Sabit hacimde özgül ısı, c_v
- Mükemmel gazlarda iç enerji , entalpi, ve özgül ısı
 - Mükemmel gazlar için özgül ısı
- Katı ve sıvıların iç enerji, entalpi ve özgül ısıları