

Isı Taşınımı (Zorlanmış Dış ve İç Akış)

Konu Özetleri
2025

Isı taşınımı konusu, Newton soğuma kanunundaki ısı taşınım katsayısının belirlenmesini içerir.

$$Q = h A (T_y - T_{\infty})$$

h = Taşınım ısı transfer katsayısı, W/m²K

A = Isı transfer alanı, m²

T_y = yüzey sıcaklığı, °C

T_{∞} = yüzeyden yeterince uzaklıkta akışkan sıcaklığı, °C

Burada ısı taşınım katsayısı (h), akışkanın cinsine, akış hareketinin türbülanslı veya laminar oluşuna, akışkanın hareketli olup olmadığına, yüzey ve akışkanın geometrik ilişkisine, ortamın termofiziksel ve ısı özelliklerine ve benzeri birçok etkene bağlıdır.

Bu yüzden, ısı taşınım katsayısı bazı temel geometriler dışında deneysel olarak tespit edilir.

Yüzey ile akışkan arasında meydana gelen ısı taşınım katsayısı, bazı geometrik durumlarda yüzeyin her noktasında aynı olmayabilir.

Isı geçişi hesaplarında, tüm yüzey için geçerli olan ortalama ısı taşınım katsayısı kullanılır.

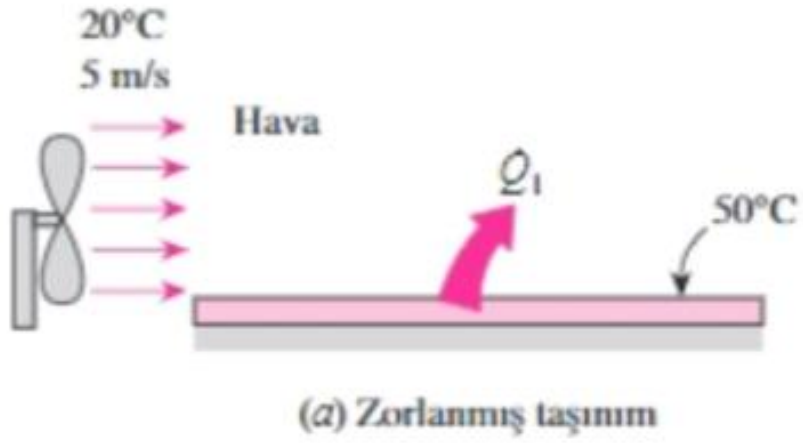
Isı taşınım katsayısına en büyük etkiyi akışkanın hareketi yapmaktadır.

Isı taşınım katsayısını hesaplama yöntemleri

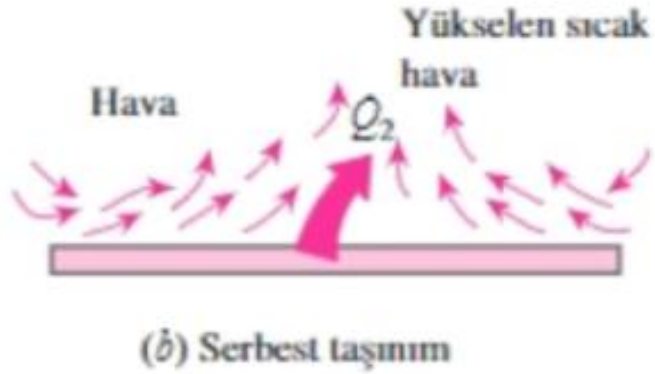
Isı taşınım katsayısını hesaplama yöntemleri genel olarak aşağıdaki gibi sıralanabilir.

1. Analitik çözüm
2. Sayısal çözüm
3. Grafik çözüm
4. Benzeşim yöntemi
5. Deneysel çözüm
6. Boyut analizi

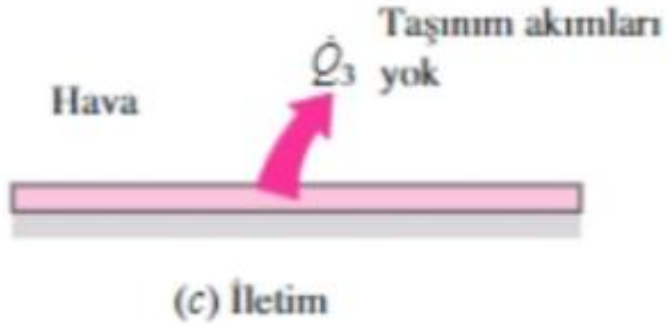
- Analitik çözümde süreklilik, momentum ve enerji sınır tabaka denklemleri matematiksel yollarla çözülerek sonuca gidilir. Fakat bu sınır tabaka denklemleri belirli geometriler için geçerlidir. Karmaşık geometriler için bu çözüm kolay değildir.
- Analitik çözümde elde edilen ifadelerle bilinmeyen katsayılar ilave edilerek boyutsuz sayı grupları elde edilir.
- Bilinmeyen katsayılar deneylerle tespit edilerek bulunur.
- **Benzeşim yada andırım metodunda** ise, ısı geçişi olayı kütle, hidrolik veya elektrik olaylarının hangisine benziyorsa, o yolla çözüm benzerliği kurularak çözüme gidilir.
- **Deneysel çözümde** baştan itibaren deney yapılarak gerekli katsayılar bulunur. Deney parçası gerçek-boyutlarda yada model boyutlarda olabilir. Ama her ikisinin sonuçlarını genelleştirmek gerekir. Bunun için de boyutsuz sayı gruplarından yararlanılır.

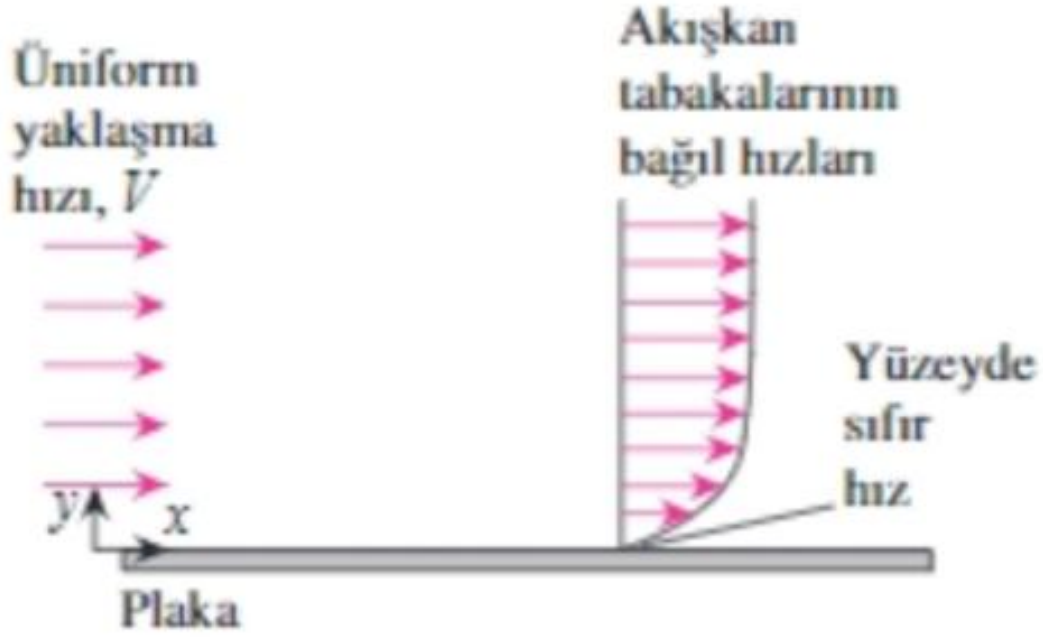


a) Zorlanmış taşınım: Basınç farkından yada vantilatör veya pompa vasıtasıyla meydana gelen akışa zorlanmış taşınım denir. Zorlanmış taşınım laminar yada türbülanslı olabilir. Bu akıştaki ısı taşınımına da **zorlanmış ısı taşınımı** denir.



b) Doğal taşınım: Akışkan içindeki sıcaklık farkının meydana getirdiği, yoğunluk farkından dolayı oluşan akışa doğal taşınım denir. Doğal taşınım da laminar yada türbülanslı olabilir. Bu akıştaki ısı taşınımına da **doğal ısı taşınımı** denir.





- ✓ Hareketsiz bir yüzey üzerinde akan bir akışkan kaymama şartı sonucu yüzeyde tamamen durur.
- ✓ Tabakalar arasında meydana gelen viskoz kuvvetler sebebiyle yüzeye yapışan tabaka bitişik tabakayı, o da bir sonrakini yavaşlatır. Dolayısıyla hız profilinin gelişmesinin sebebi kaymama şartıdır.
- ✓ Viskoz etkilerin önemli olduğu tabaka sınır tabaka olarak adlandırılır.

Nusselt Sayısı (Nu):

- Taşınımда toplam değişken sayısını azaltmak için ana değişkenler boyutsuzlaştırılmıştır.
- Nusselt sayısı ısı geçişinin meydana geldiği yüzeyde taşınım yoluyla geçen ısıнын, iletim yoluyla geçen ısıya oranıdır.
- Eğer **Nu = 1** ise yüzeydeki ısı taşınımı ile sınır tabaka içindeki ısı iletimi aynıdır. Isı geçişi salt iletimle gerçekleşir.
- İki sistemin Nusselt sayıları aynı ise yüzeydeki ısı taşınımları benzerdir.
- Nussetlt bağıntısındaki k akışkanın ısı iletim katsayısıdır.

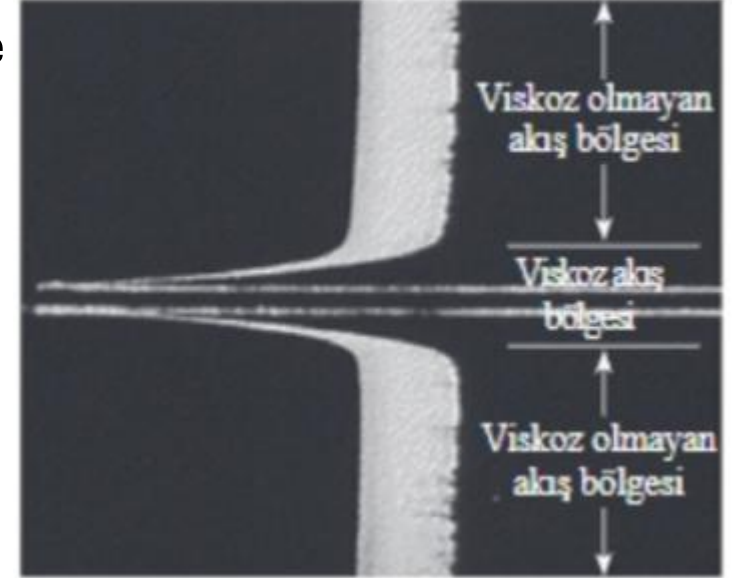
$$Nu = \frac{h L}{k}$$

$$\text{Nusselt Sayısı} = \frac{\text{Taşınımla olan ısı geçişi}}{\text{Yüzeyden akışkana iletimle ısı geçişi}}$$

Akışkan akışlarının sınıflandırılması

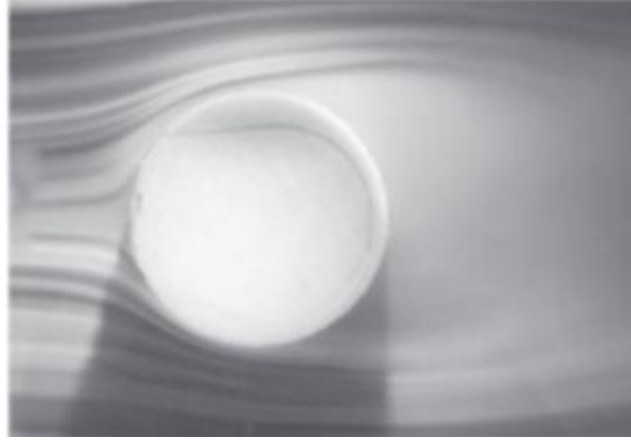
1. Viskoz ve Viskoz Olmayan Akış Bölgeleri

- İki akışkan tabakası görece hareket ettiği zaman aralarında bir sürtünme kuvveti oluşur ve yavaş olan tabaka hızlı olan tabakayı yavaşlatmaya çalışır. Akışa karşı bu iç dirence -akışkanın iç yapışkanlığının bir ölçüsü olan- **viskozite** denir.
- Viskoziteye sıvılarda moleküller arası bağlayıcı kuvvet, gazlarda ise moleküler çarpışmalar sebep olur.
- Viskozitesi sıfır olan akışkan yoktur ve dolayısıyla bütün akışkan akışları bir dereceye kadar viskoz etkiler içerirler. Viskoz etkilerin önemli olduğu akışlara **viskoz akışlar** denir.
- Ancak uygulamada önemli birçok akışta viskoz kuvvetlerin, atalet ve basınç kuvvetleri yanında ihmal edilebilecek kadar küçük olduğu bölgeler (genellikle katı yüzeylere uzak bölgeler) vardır.
- Bu tür viskoz olmayan akış bölgelerinde viskoz terimlerin ihmal edilmesi, çözümlemeyi duyarlılığı fazlaca kaybetmeksizin oldukça basitleştirir.



2. İ ve Dış Akışlar

- Sınırlanmamış bir akışkanın bir plaka, tel veya boru gibi bir yüzey üzerinden akışı dış akıştır. Eğer akışkan katı yüzeyler tarafından, -bir boru veya kanalın içinde olduğu gibi- tamamıyla sınırlanmışsa akış iç akıştır.
- Mesela bir boru içinde suyun akışı iç akıştır ve bir topun veya -rüzgârlı bir gün boyunca açıkta kalan- bir borunun üzerinden hava akışı dış akıştır.
- Serbest yüzeyi olan akışkanların -yani sıvı-ların- kısmen doldurduğu kanaldaki akışı, açık kanal akışı olarak adlandırılır. Irmaklardaki suyun akışı ve sulama kanalları bu tür akışlara örnektir.



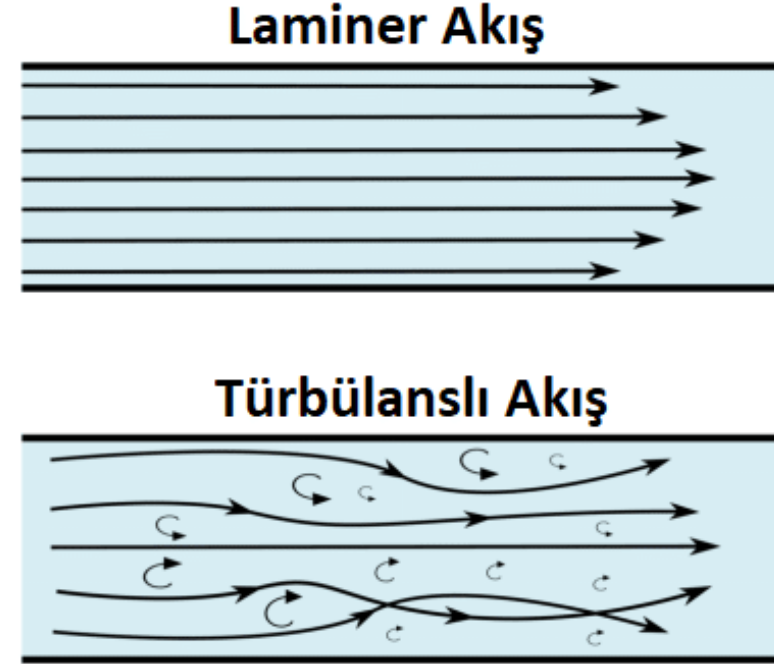
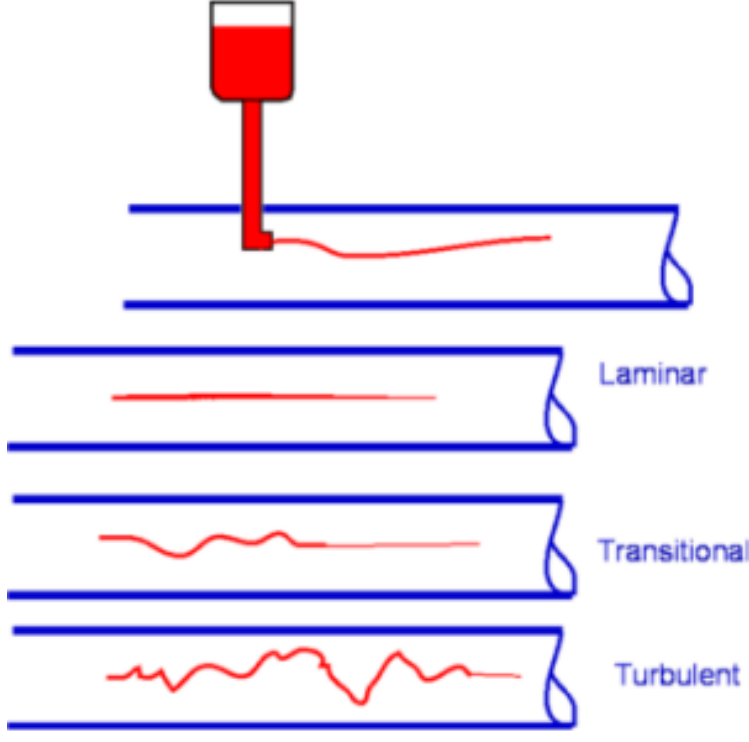
3. Sıkıştırılabilir ve Sıkıştırılamaz Akışlar

- Bir akış, akış süresince akışkanın özgül kütlesindeki değişim düzeyine bağlı olarak sıkıştırılabilir veya sıkıştırılamaz olarak sınıflandırılır.
- Sıkıştırılamazlık yaklaşık bir tanımdır ve yoğunluğu her yerinde neredeyse sabit olan bir akış sıkıştırılamaz olarak kabul edilir.
- Suyun basıncı 1 atm'den 210 atm'e çıkartıldığında yoğunluğu %1 değişir. Gazlar yüksek oranda sıkıştırılabilir. Mesela basınç 0,01 atm değişirse, atmosferik havanın yoğunluğu %1'lik değişme olur.

4. Laminer ve Türbülanslı Akışlar

Laminer akış: Çalkantısız, akım çizgileriyle tanımlanan oldukça düzenli akışkan hareketi laminer olarak adlandırılır.

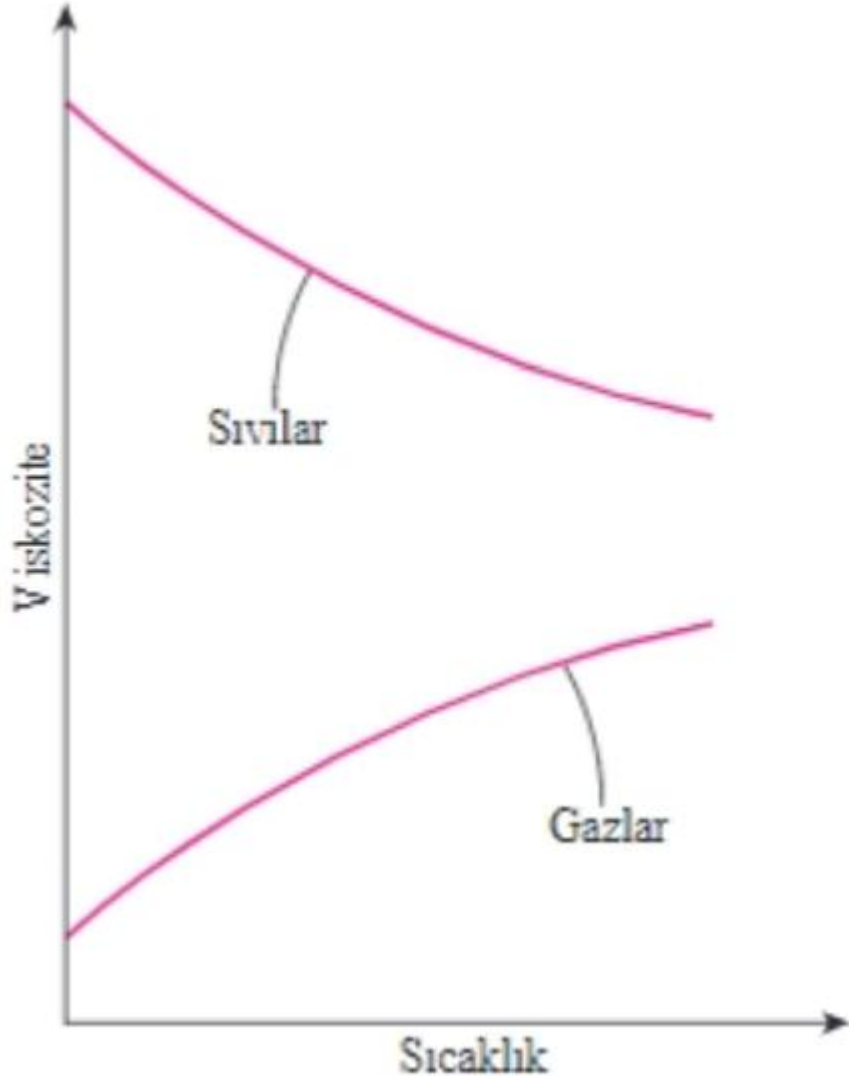
Türbülanslı akış: Genellikle yüksek hızlarda meydana gelen ve hız çalkantılarıyla tanımlanan oldukça düzensiz akışkan hareketidir.



5. Sürekli ve zamana bağlı akış

6. Bir, iki ve üç boyutlu akış

Duvar kayma gerilmesi



- Bir akışkanın bir plaka yüzeyi üzerindeki akışı göz önüne alınsın yüzeyle temas halinde olan akışkan tabakası sürtünme sebebiyle bir sürtünme uygulayarak plakayı sürüklemeye çalışır. Benzer şekilde hızlı akışkan tabakası bitişikteki daha yavaş tabakayı sürüklemeye çalışır ve iki tabaka arasındaki sürtünmeden dolayı sürtünme kuvveti uygular.

- Birim alan başına sürtünme kuvveti kayma gerilmesi olarak adlandırılır.

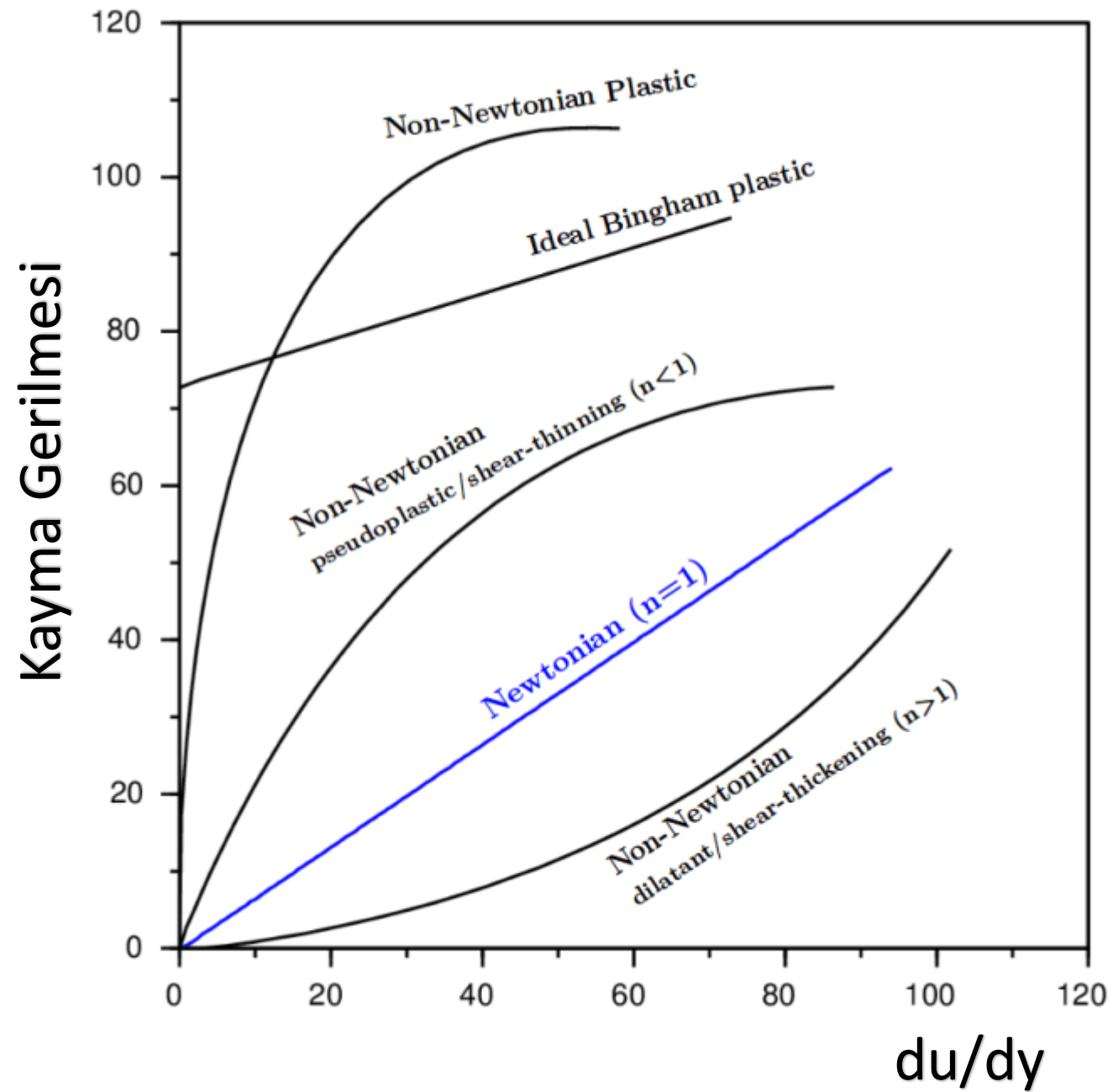
$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{N/m}^2)$$

μ orantı katsayısı (kg/m.s) (N.s/m², Pa.s veya poise=0,1 Pa.s) dinamik viskozite.

Newton tipi akışkanlar bu bağıntıya uyarlar. Su, hava, petrol ve yağlar.

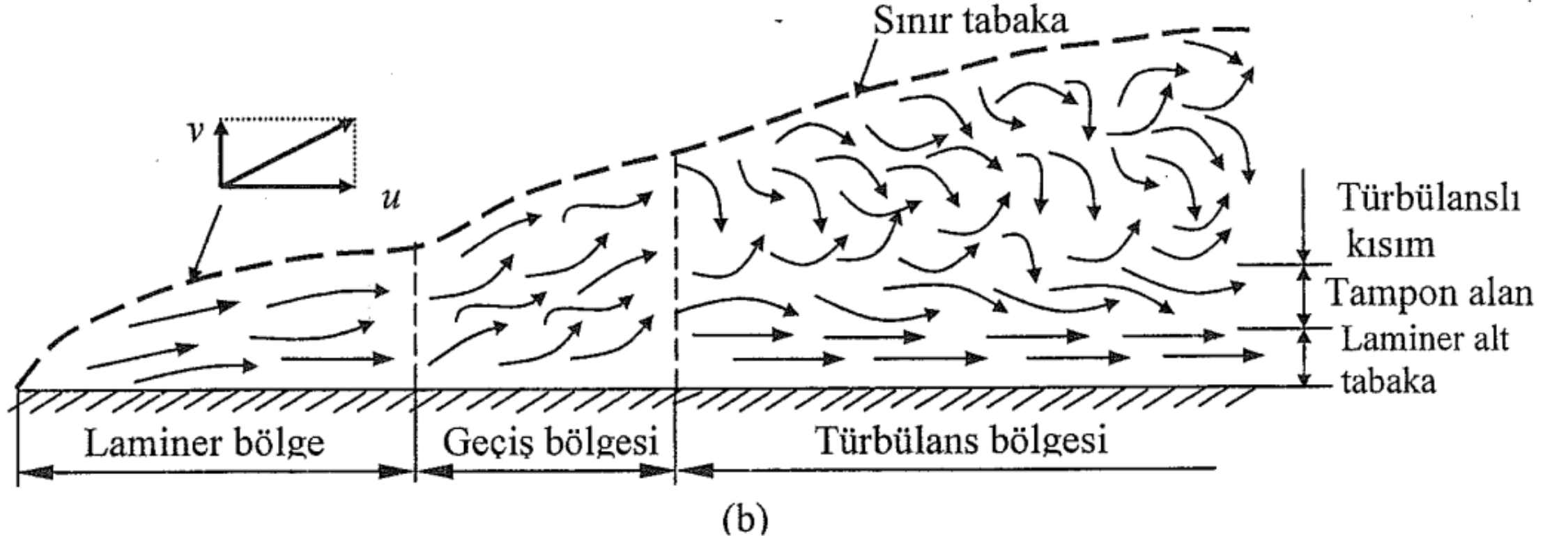
Kan ve sıvı plastikler newton tipi olamayan akışlardır.

$$\vartheta = \frac{\mu}{\rho} \quad \text{dinamik vizkozite (m}^2/\text{s ve stoke (1 stoke =1 cm}^2\text{))}$$

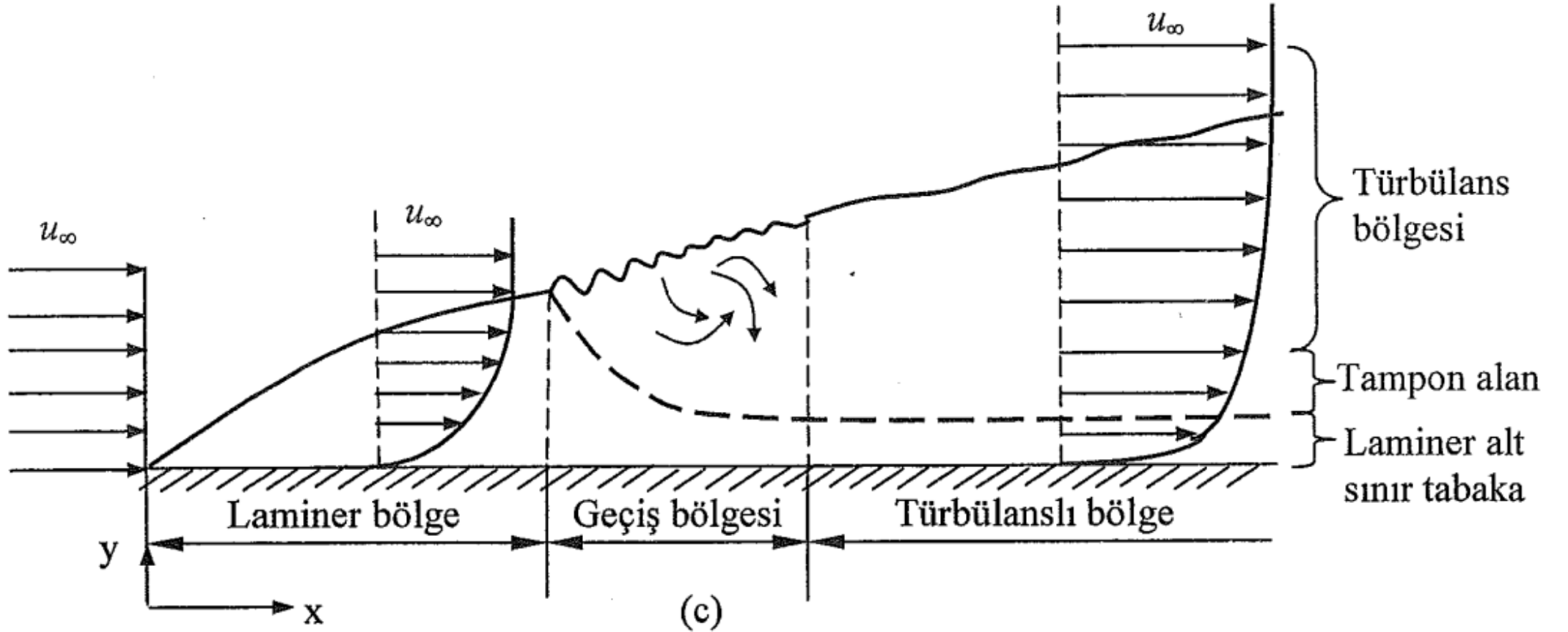


Başlangıçta akış laminerdir. Belirli bir x mesafesinden sonra, akış çizgileri paralellliğini kaybetmeye başlar. Bu bölgeye **geçiş bölgesi** denir ve kararsız bir bölgedir.

Daha sonra türbülanslı bölge meydana gelir.



- Laminer, geçiş ve türbülanslı bölgelerde yüzeyden itibaren akışa dik doğrultuda hızın sabit kaldığı noktalar birleştirildiğinde hız sınır tabaka eğrileri elde edilir.
- Bu eğrinin altındaki kalınlığa sınır tabaka kalınlığı denir.
- şekil(c)'de laminer ve türbülanslı bölgelerde, hız dağılımlarının laminer alt sınır tabakada, tampon alanda ve türbülanslı bölgelerde ne şekilde değiştiği gösterilmiştir.



Levha üzerindeki akışta yerel Reynolds sayısı,

Burada;

ρ : yoğunluk,

u_∞ : ortalama hız,

x : karakteristik uzunluk

ν : kinematik viskozite

μ : dinamik viskozite

$$Re_x = \frac{u_\infty x}{\nu} = \frac{\rho u_\infty x}{\mu}$$

Karakteristik uzunluk x , levhanın başlangıcından itibaren hangi uzaklıktaki Reynolds sayısı hesaplanmak isteniyor ise o uzaklıktır. Buna yerel Reynolds sayısı denir ve levhanın başlangıcından sonuna kadar farklı değerlerdedir.

Levhanın bitimindeki Reynolds sayısı $x=L$ konularak hesaplanır.

- Reynolds sayısı akışın laminar mı yoksa türbülanslı mı olduğunu belirtir.
- Laminerden türbülansa geçiş bölgesindeki Reynolds sayısına Kritik Reynolds sayısı denir.
- Levha üzerindeki akışta kritik Reynolds sayısı yüzey pürüzlüğüne bağlı olarak 5×10^5 - 3×10^6 aralığında değişir.
- Genel olarak, $Re_{kr} < 5 \times 10^5$ ise akış laminar, $Re_{kr} > 5 \times 10^5$ ise akış türbülanslıdır.

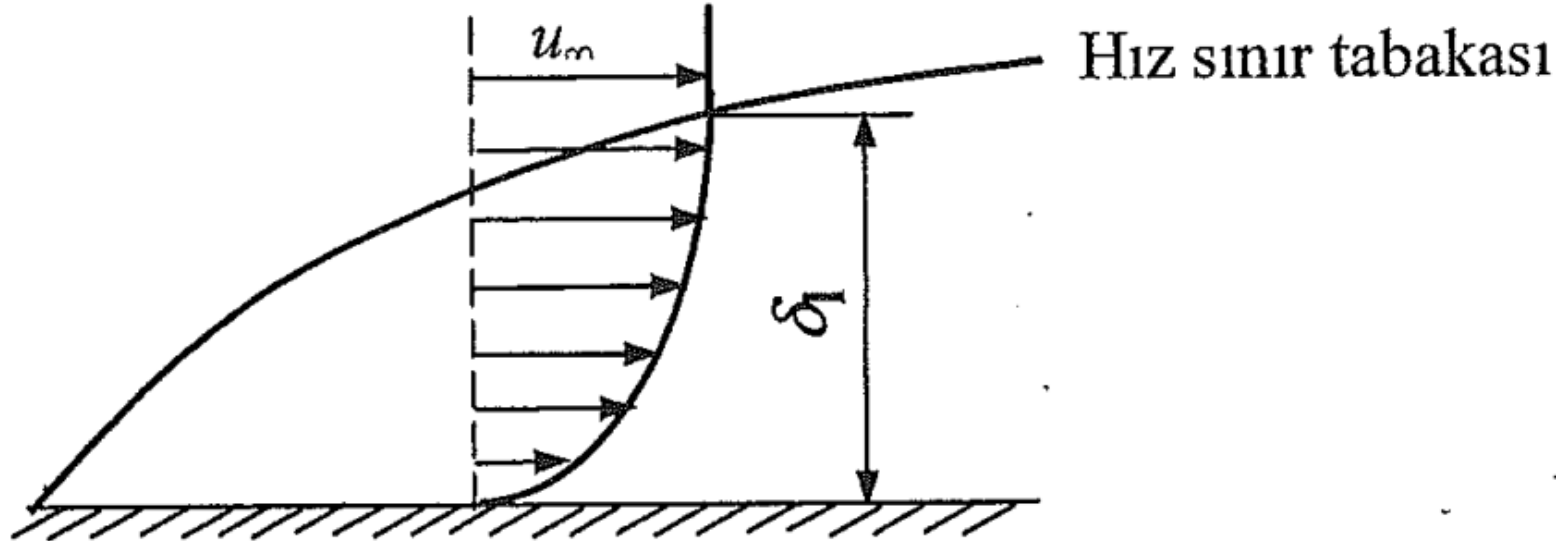
Sınır tabaka denklemleri ile çözüm yapılırsa, laminer akım için hız sınır tabaka kalınlığı, δ_l ;

$$\frac{\delta_l}{x} = \frac{4,64}{\sqrt{Re_x}}$$

Sınır tabaka denklemlerinin tam çözümü yapıldığında laminer tabaka kalınlığı olarak;

$$\frac{\delta_l}{x} = \frac{5}{\sqrt{Re_x}}$$

Şekil'de hız sınır tabaka kalınlığı gösterilmiştir. Kinematik viskozitenin ve x mesafesinin artması sınır tabaka kalınlığını artırır, hızın artması ise azaltır.

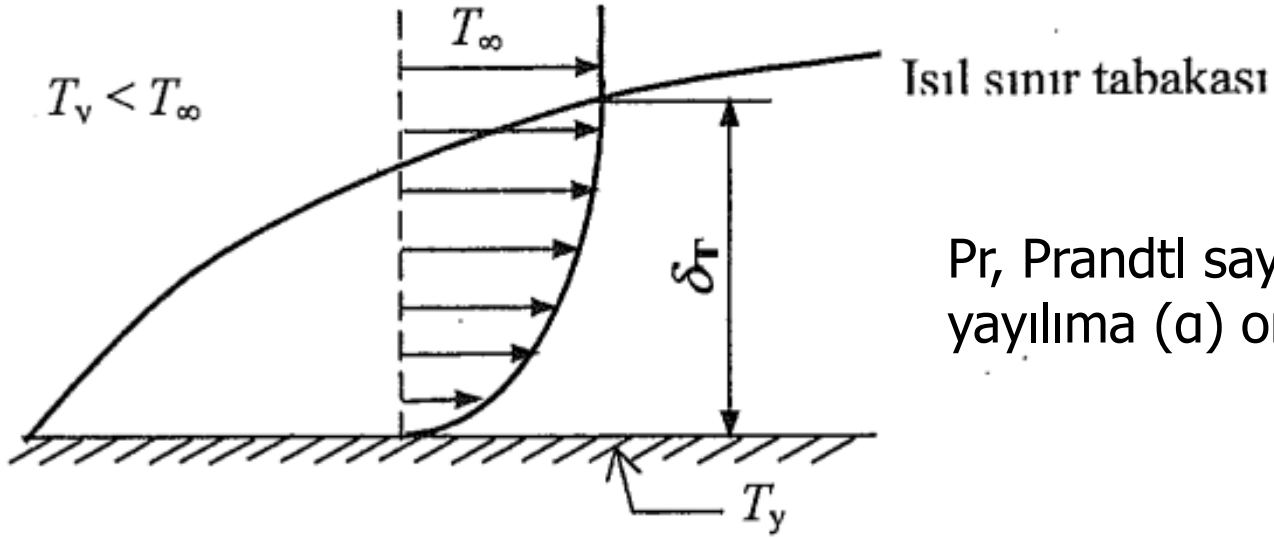


Isıl sınır tabaka kalınlığı

$$\frac{\delta_T}{\delta} = \frac{0,974}{Pr^{1/3}} \cong \frac{1}{Pr^{1/3}}$$

Bu bağıntıda δ_T ısıl sınır tabaka kalınlığı, δ hız (hidrodinamik) sınır tabaka kalınlığı ve Pr Prandtl sayısıdır.

Prandtl sayısı, kinematik viskozitenin ısıl yayılıma oranıdır.



$$Re_L = \frac{u_\infty L}{\nu}$$

Pr , Prandtl sayısı olup, kinematik viskozitenin (ν), ısıl yayılıma (α) oranı olarak tanımlanır.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

Levha üzerinde laminar akışta ısı taşınımı:

Bu bağıntıdaki son terim boyutsuz bir sayı grubudur. Bu boyutsuz sayıya Nusselt sayısı denir ve ***Nu***, olarak gösterilir.

$$Nu = \frac{hL}{k}$$

Bu bağıntıda, h ısı taşınım katsayısı, L karakteristik uzunluk ve k akışkanın ısı iletim katsayısıdır. Nusselt sayısı, Reynolds ve Prandtl sayılarının bir fonksiyonudur. Nusselt sayısı:

$$Nu = f(Re_L Pr) \quad ; \quad Nu = A Re^m Pr^n$$

Burada A, m ve n katsayılarının bulunması önemlidir. Enerji denkleminin çözümüne devam edilirse, **sabit yüzey sıcaklığı** için, levhanın başlangıcından itibaren x uzaklığındaki yerel Nusselts sayısı için,

$$Nu_x = 0,332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

Bu bağıntıda, Nu_x yerel Nusselt sayısı, Re_x yerel Reynolds sayısı adını alır. Çünkü sadece x uzaklığındaki noktada geçerlidir, x uzaklığı değiştikçe bu sayılar da değişir. Yerel Nusselt (Nu_x) ve yerel Reynolds (Re_x) sayıları;

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k}$$

$$Re_x = \frac{u_\infty x}{\nu}$$

Sabit yüzey sıcaklığı için geçerli **ortalama Nusselt sayısı**,

$$\overline{Nu} = 0,664 Re^{1/2} Pr^{1/3}$$

Burada $Re = u.L/v$ şeklinde hesaplanmalıdır. Bu bağıntılardaki fiziksel özellikler yüzey sıcaklığı ile akışkan sıcaklığı arasındaki ortalama sıcaklığa göre olan değerlerdir. Bu sıcaklığa film sıcaklığı (T_f) denir. Film sıcaklığı,

$$T_f = \frac{T_y + T_\infty}{2}$$

Sabit ısı akısı için çözülürse, levha üzerindeki akışta yerel Nusselt sayısı için,

$$Nu_x = 0,453 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

Ortalama Nusselt sayısı da;

$$\overline{Nu}_L = \frac{hL}{k} = 0,906 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$$

- Teorik analiz sonucu bulunan denklem, Prandtl sayısının $0,6 < Pr < 50$ değerleri arasında deneysel sonuçlarla uyum içindedir.
- Bunun dışındaki Prandtl sayılarında bu bağıntı geçerli değildir. Levha üzerindeki laminar akışta Churchill ve Ozoe $(Re_L Pr) > 100$ değeri ve sabit yüzey sıcaklığı için,

$$\bar{Nu}_L = \frac{0,677 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0,0468 / Pr)^{2/3}\right]^{1/4}}$$

Aynı şekilde levha üzerinde laminar akışta Churchill ve Ozoe, Prandtl sayısının geniş aralığında sabit ısı akışı için de,

$$\bar{Nu}_L = \frac{0,677 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0,02052 / Pr)^{2/3}\right]^{1/4}}$$

Boyutsuz sayıların fiziksel anlamları

a) Reynolds Sayısı (Re): Reynolds sayısı akıştaki atalet kuvvetlerinin viskoz kuvvetlere oranı olup, akışın yapısını belirler. **Viskoz kuvvetleri, akışkanın sürtünme kuvvetleri oluşturur.**

- ✓ Eğer iki sistemde Reynolds sayıları aynı ise **dinamik benzerlik** vardır, yani hız dağılımları aynıdır.
- Reynolds sayısındaki karakteristik uzunluk x , akışın yapısına etki eden boyuttur.

Örneğin, levha üzerindeki akışta karakteristik uzunluk, Reynolds sayısının hesaplanmak istendiği noktanın, levha başlangıcına göre uzunluğu, boru içindeki akışta boru iç çapı, boru dışında boruya dik akışta boru dış çapı ve kanallardaki akışta hidrolik çaptır.

$$Re = \frac{u_{\infty} x}{\nu} = \frac{\rho u_{\infty} x}{\mu}$$

$$\text{Reynolds Sayısı} = \frac{\text{Atalet kuvvetleri}}{\text{Viskoz kuvvetler}}$$

b) Prandtl Sayısı (Pr): Prandtl sayısı momentum yayılımının, ısıl yayılıma oranı olarak tanımlanır. Diğer bir deyişle kinematik viskozitenin ısıl yayılım katsayısına oranı olup, akışkanın ısı geçişi özelliğini karakterize eder.

Pr = 1 olduğu zaman sistemin hız ve sıcaklık dağılımları ve sınır tabakaları aynı olur.

İki sistemin Prandtl sayıları aynı ise bu iki sistemin sıcaklık dağılımları aynıdır ya da benzerdir.

Gazlarda Prandtl sayıları oldukça düşük $Pr \approx 0,5 - 1$ aralığında ve **sıvılarda** ise $Pr \approx 10 - 1000$ aralığında değişmektedir.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$\text{Prandtl Sayısı} = \frac{\text{Momentum yayılımı}}{\text{Isıl yayılım}}$$

İntegral momentum denkleminde hareket edilerek türbülanslı akış halinde hız sınır tabaka kalınlığı (δ_T), laminar alt tabaka kalınlığı (δ_0),

$$\frac{\delta_t}{x} = \frac{0,37}{Re_x^{1/5}} \quad \delta_o = 194 \frac{\delta_t}{Re_x^{0,7}}$$

Eckert, Reynolds benzeşiminden yararlanarak hız ve sınır tabaka kalınlıklarını kullanarak ısı taşınımı için,

$$St_x = \frac{0,0296 Re_x^{-1/5}}{1 + 1,3 Pr^{-1/6} Re_x^{-1/10} (Pr - 1)}$$

Bu bağıntıdan St_x Stanton sayısı olup,

$$St_x = \frac{Nu_x}{Re_x Pr} = \frac{h_x}{\rho u_\infty c_p}$$

Levha girişinden itibaren akışın türbülanslı olduğu kabul edilirse ve levha boyunca integrali alınarak ortalama Nusselt sayısı,

$$\overline{Nu}_L = 0,037 Re_L^{0,8} Pr^{1/3}$$

ve yerel Nusselt sayısı için;

$$Nu_x = 0,0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$$

bağıntıları bulunur. Levha girişinden belirli bir mesafeye kadar laminar daha sonra türbülanslı akışta *Reynolds* sayısının $5 \times 10^5 < Re_L \leq 10^8$ değerlerinde, $0,6 < Pr < 60$ aralığında ve $Re_{kr} = 5 \times 10^5$ için ortalama *Nusselt* sayısı için,

$$\overline{Nu}_L = (0,037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3}$$

Levha üzerinde türbülanslı akışta sabit ısı akışı halinde ortalama Nusselt sayısı için,

$$\overline{Nu}_L = 0,0616 Re_L^{0,8} Pr^{1/3}$$

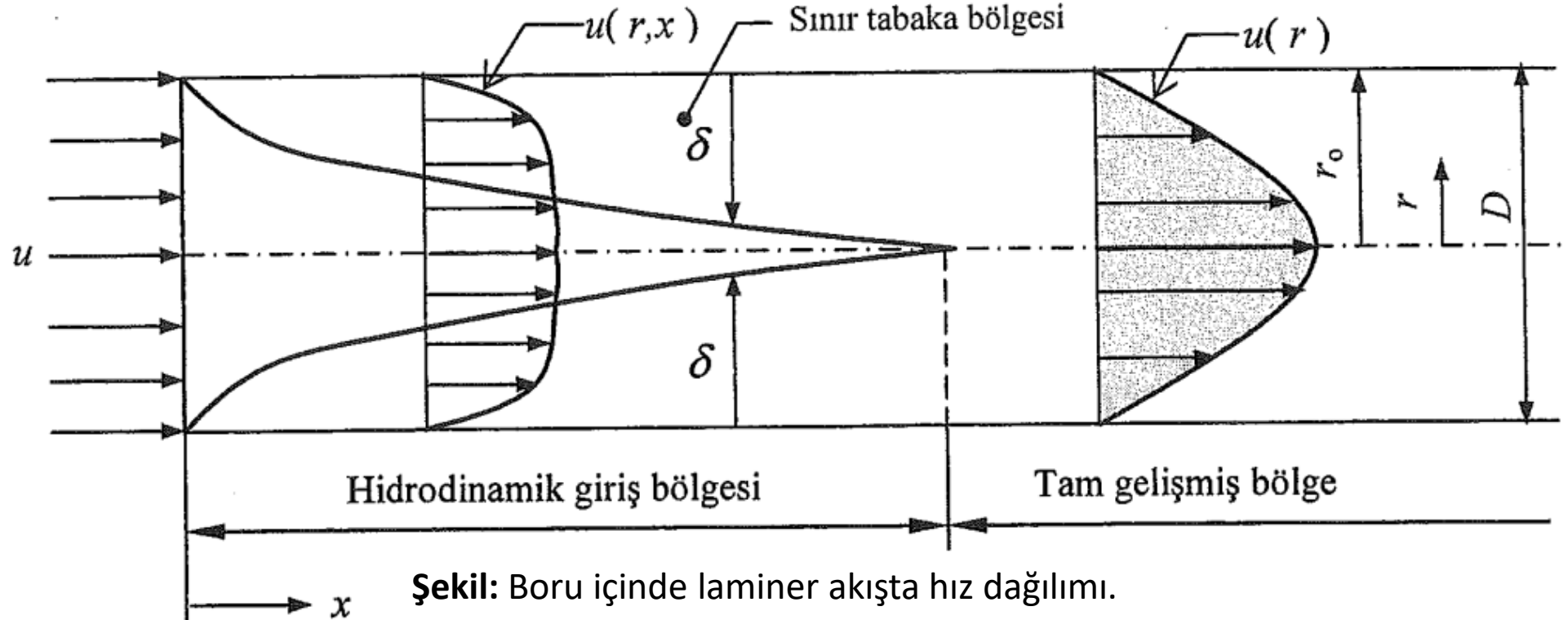
Aşağıda 20°C sıcaklıkta atmosferik basınçta düzlem bir levhada u_{∞} , hızında, hava akması halinde basitleştirilmiş bağıntılar verilmiştir.

$u_{\infty} \leq 5 \text{ m/s}$	$\rightarrow$	Pürüzsüz yüzeyde	$h = 5,58 + 3,95 u_{\infty}$
		Pürüzlü yüzeyde	$h = 1,16 + 4,19 u_{\infty}$
$u_{\infty} > 5 \text{ m/s}$	$\rightarrow$	Pürüzsüz yüzeyde	$h = 7,21 u_{\infty}^{0,78}$
		Pürüzlü yüzeyde	$h = 7,52 u_{\infty}^{0,78}$

Bu bağıntılarda h (W/m²K) ve u_{∞} (m/s) birimlerindedir.

BORU İÇİNDEKİ AKIŞTA ISI TAŞINIMI

- Akışkan boruya yada kanala girdikten sonra, girişte düzgün olan hız dağılımı, cidardaki sürtünme ve akışkanın viskozitesi nedeniyle değişikliğe uğrar. Değişim belirli bir şekil alana kadar devam eder, daha sonra bu şekil değişmez.
- Şekil'de gösterildiği gibi hız dağılımının girişten itibaren değiştiği kısma hidrodinamik giriş bölgesi, sabit kaldığı kısma tam gelişmiş bölge denir.
- Hidrodinamik giriş bölgesinde hız, hem yarı çapın hem de x uzaklığının bir fonksiyonudur.
- Tam gelişmiş bölgede hız sadece yarıçapın bir fonksiyonudur.
- Boru içindeki akış laminar yada türbülanslı olabilir. Boru içindeki hız fonksiyonu laminar akış halinde ve tam gelişmiş bölgede parabol şeklindedir.



Boru içindeki akışta *Reynolds* sayısı,

$$Re_D = \frac{u_{or} D}{\nu} = \frac{4\dot{m}}{\mu D \pi} \quad \left(\dot{m} = \frac{\pi D^2}{4} u_{or} \rho, \quad \nu = \frac{\mu}{\rho} \right)$$

Burada:

u_{or} boru içindeki ortalama akışkan hızı (m/s),

D , boru iç çapı (m)

$\dot{m}$ akışkan debisi kg/s dir.

Boru içindeki akışta kritik Reynolds sayısı $Re_{kr}=2300$ 'dür.

$Re < 2300$ ise akış laminerdir.

Geçiş bölgesi $2300 < Re_{kr} < 4000$ arasındadır.

1. Boru içinde laminar akışta ısı taşınımı

Tam gelişmiş laminar akım halinde, boru içindeki akışta hız dağılımı için teorik analiz sonucu,

$$u_r = u_{max} \left(1 - \frac{r^2}{r_o^2} \right)$$

Hidrodinamik ve ısıl bakımdan laminar giriş uzunlukları sırası ile,

$$L_{hid} \cong 0,05 Re_D D$$

$$L_{ısıl} \cong 0,05 Re_D Pr D$$

- Gazların Prandtl sayıları küçük olduğundan hidrodinamik ve ısıl giriş uzunlukları birbirlerine yakındır.
- Viskoz akışkanlarda ısıl giriş uzunluğu hidrodinamik giriş uzunluğundan çok daha büyüktür. Isı taşınım katsayısına bu bölgeler etkili olmaktadır.

a) Hidrodinamik ve ısıl bakımdan tam gelişmiş akım halinde:

Laminer akışta sabit yüzey sıcaklığı için çözümü yapıldığında,

$$Nu_D = 3,66$$

Laminer akışta sabit ısı akısı için çözümü yapıldığında,

$$Nu_D = 4,36$$

Isıl bakımdan gelişmiş akış için dairesel borularda akışkanın fiziksel özelliklerini de içine alan bir bağıntı Sieder ve Tate tarafından aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$Nu = 1,86 \left(\frac{Re Pr D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_y} \right)$$

Bu bağıntıda μ_y yüzey sıcaklığında diğer termofiziksel özellikler ortalama akışkan sıcaklığındadır. L boru boyu D iç çaptır.

b) Hidrodinamik ve ısıl balamdan tam gelişmemiş akım hali

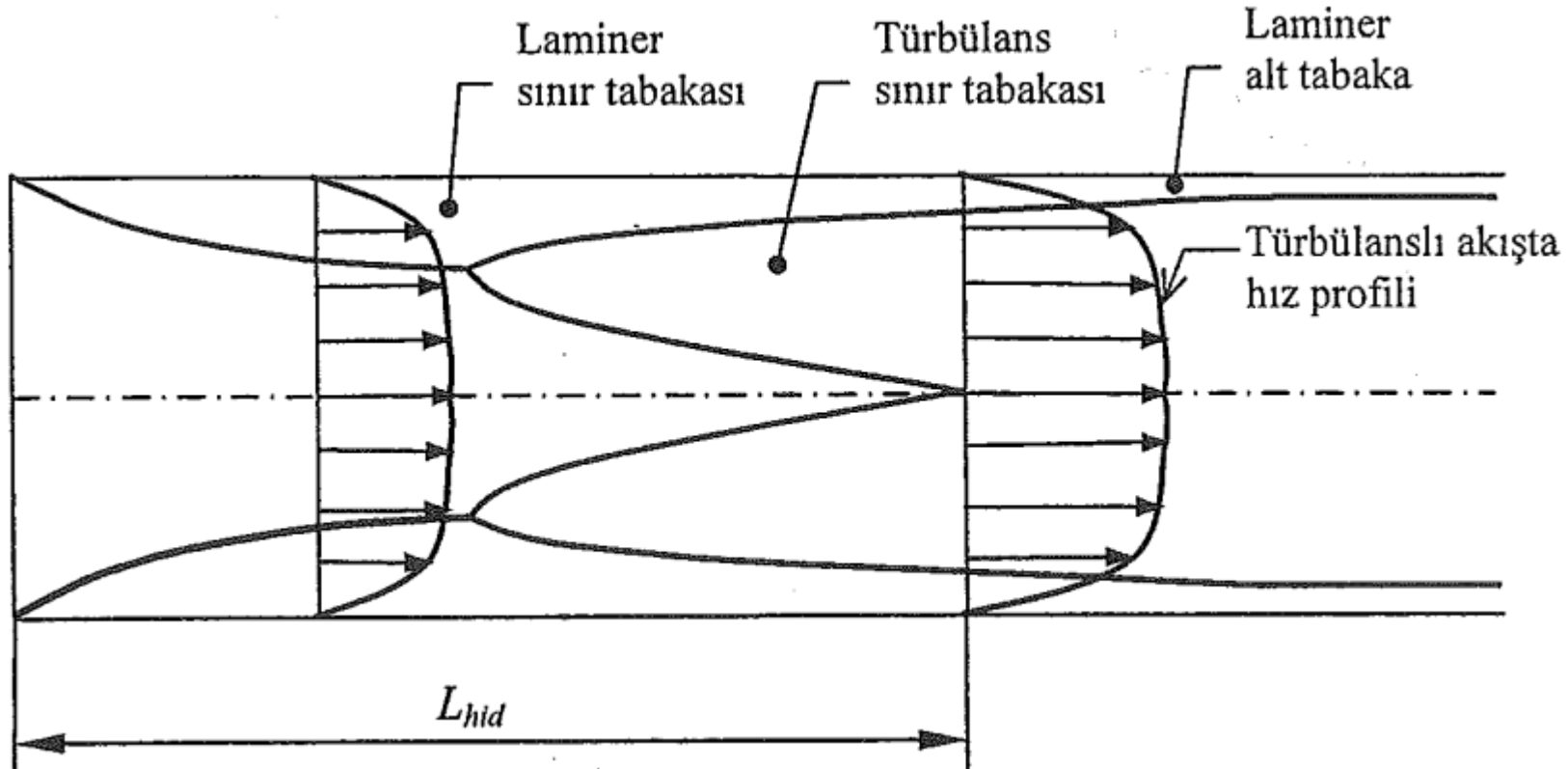
Hidrodinamik ve ısıl bakımdan tam gelişmemiş akım halinde, Hausen borunun giriş kısmında sabit yüzey sıcaklığı için laminar akışta,

$$Nu_D = 3,66 + \frac{0,0668(D / L)Re_D Pr}{1 + 0,04[(D/L)Re_D Pr]^{2/3}}$$

Burada L boru boyudur. Bu bağıntıda boru boyu arttıkça Nusselt sayısı teorik çözüm sonucu bulunan 3,66 ya yaklaşmaktadır.

2. Boru içinde türbülanslı akışta ısı taşınımı

- $Re_D > 2300$ değerinden sonra türbülanslı akış başlar.
- Ancak bir geçiş bölgesi vardır. Geçiş bölgesi birçok etkene bağlı olduğundan kesin bir sayı vermek mümkün değildir.
- Ancak $4000 < Re_D$ değeri için türbülanslı akım kabul edilebilir.



Giriş etkisinden dolayı akış tam türbülanslı hâle belirli bir uzaklıktan sonra ulaşır. Bu bölgeye hidrodinamik giriş bölgesi denir. Türbülanslı akışta hidrodinamik ve ısı giriş uzunlukları,

$$L_{hid} = 0,693 Re^{0,25} D \cong 10 D$$

$$L_{ısı} \cong 10 D$$

Görüldüğü gibi boru içinde hız ve ısı giriş uzunlukları türbülanslı akışta yaklaşık birbirlerine eşittir ve laminar akışa göre daha kısadır.

Dittus ve *Boelter* boru içinde tam gelişmiş türbülanslı akış halinde $Re_D > 10000$, $0,7 \leq Pr \leq 160$ aralığında ve $L / D \geq 60$ için,

$$Nu_D = 0,023 Re_D^{0,8} Pr^n \quad (4.56)$$

Dairesel kesitli olmayan kanallarda ısı taşınımı

Dairesel kesitli borular içindeki laminar ve türbülanslı akışlara ait ısı geçişi ifadeleri boru iç çapı yerine hidrolik çap (eşdeğer çap) alınarak daireseel kesitli olmayan kanallar için de kullanılabilir.

Hıza göre tanımlanan *hidrolik çap* (D_h):

$$D_h = \frac{4A_c}{\zeta}$$

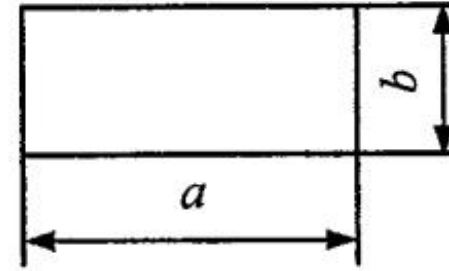
$$\text{Hidrolik çap} = \frac{4 \times \text{kesit alanı}}{\text{çevre uzunluğu}} \quad (4.65)$$

Burada; A_c Akışkanın aktığı kesit alan, ζ akışkanın aktığı kesitteki çevrenin uzunluğudur.

a) Akışkan dikdörtgen kesitli bir kanaldan akıyorsa hidrolik çapı;

$$D_h = \frac{4A_c}{\zeta} = \frac{4ab}{2a + 2b}$$

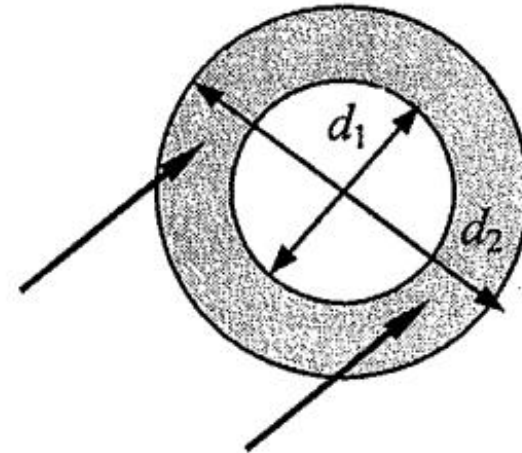
$$D_h = \frac{2ab}{a + b}$$



b) Akışkan iç içe iki boru arasından akıyorsa;

$$D_h = \frac{4 \left(\pi \frac{d_2^2}{4} - \pi \frac{d_1^2}{4} \right)}{\pi d_1 + \pi d_2} = \frac{d_2^2 - d_1^2}{d_1 + d_2}$$

$$D_h = d_2 - d_1$$



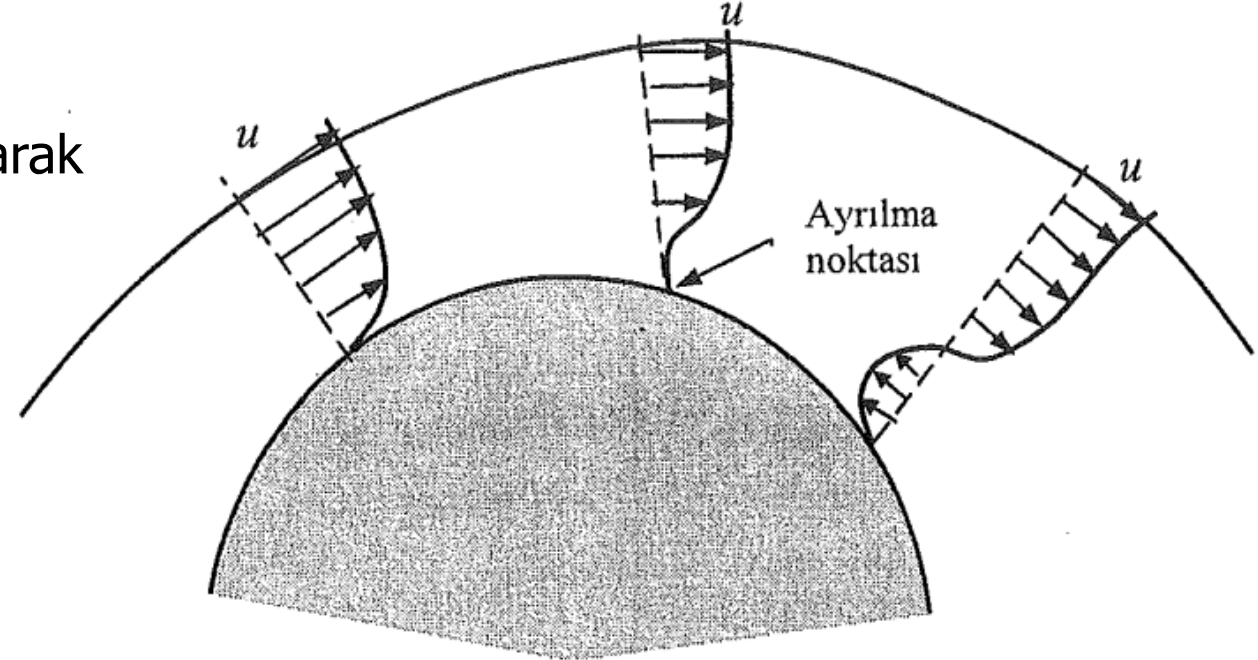
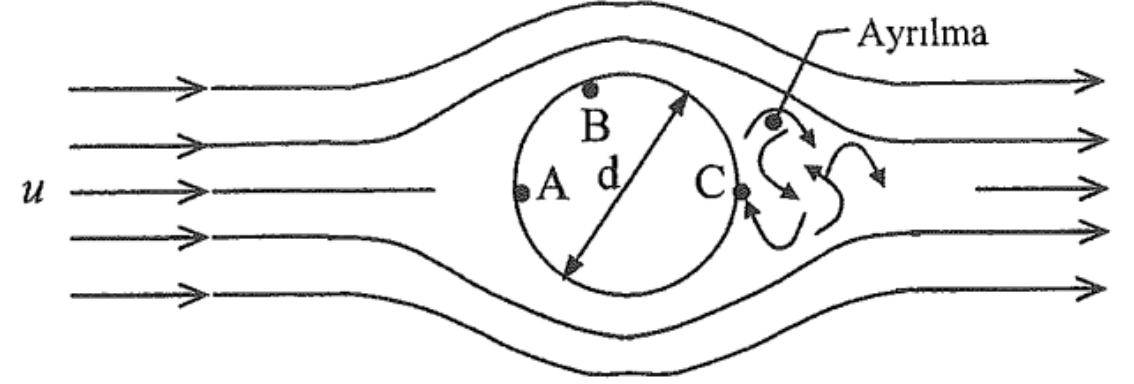
Boru dışında akıştaki ısı taşınımı

$$Re_D = \frac{uD}{\nu} = \frac{\rho u D}{\mu}$$

bağıntısı ile hesaplanır. Burada u boruya dik akıştaki akışkan hızı, D boru dış çapıdır.

Boru dışında boruya dik akışta $Re_{kr} > 2 \times 10^5$ ise akış türbülanslıdır.

Hilpert boru üzerindeki çapraz akışta deneysel olarak ortalama Nusselt sayısı için



$$\bar{Nu}_D = \frac{\bar{h}D}{k} = C Re_D^m Pr^{1/3}$$

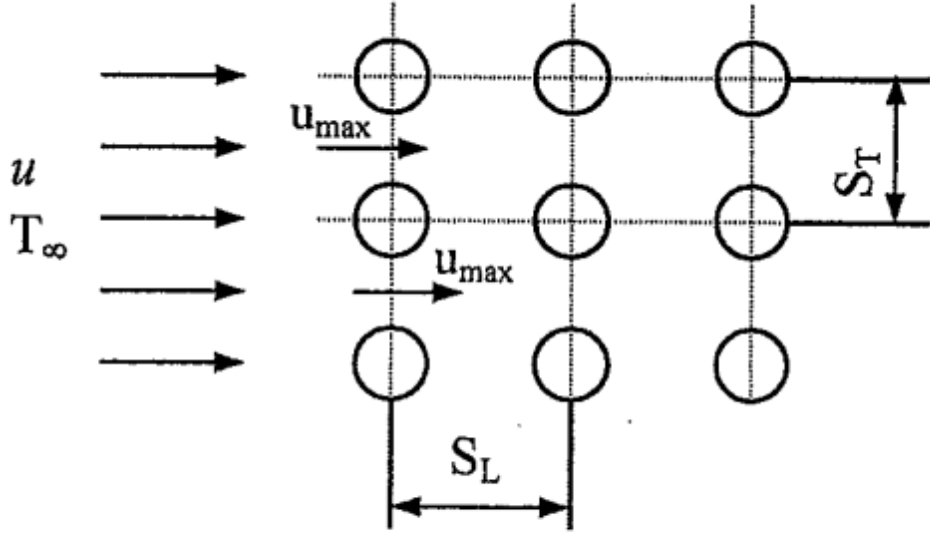
$$\bar{Nu}_D = (0,35 + 0,56 Re_D^{0,52}) Pr^{0,3}$$

Re_D	C	m
0,4 - 4	0,989	0,330
4 - 40	0,911	0,385
40 - 4000	0,683	0,466
4000 - 40000	0,093	0,618
40000 - 400000	0,027	0,805

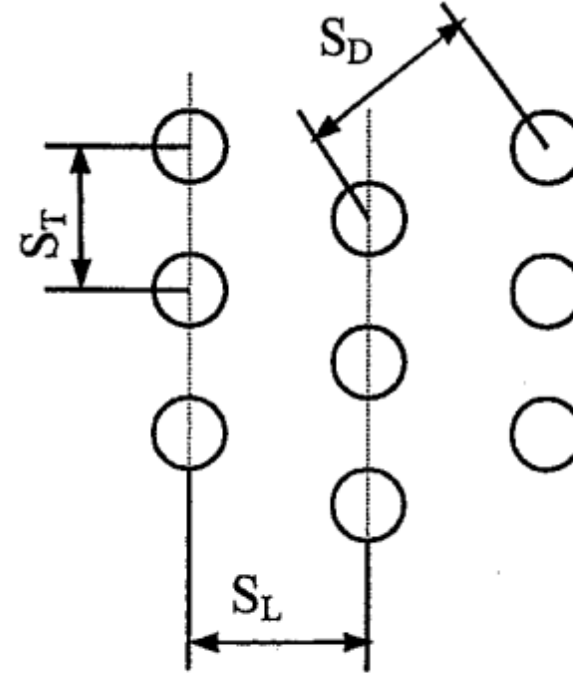
Diğer bir bağıntıda ortalama Nusselts sayısı için $RePr > 0,2$ olmak koşuluyla boruya dik akışta Churchill ve Benstein tarafından aşağıdaki gibi verilmiştir. Bu bağıntıda da özellikler film sıcaklığındadır.

$$Nu = 0,3 + \frac{0,62 Re^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0,4 Pr)^{2/3}\right]^{0,25}} \left[1 + \left(\frac{Re}{28200}\right)^{5/8}\right]^{0,8}$$

BORU DEMETİNE DİK AKIŞTA ISI TAŞINIM!



a) Kare (sıralı) diziliş



b) Üçgen (çapraz, şaşırtmalı) diziliş

Boru demetine dik (çapraz) akışta boru dış çapı D olmak üzere borular arasındaki maksimum hız (u_{max}) ve borular arasındaki *Reynolds* sayısı ($Re_{D,max}$),

$$u_{max} = u \frac{S_T}{S_T - D} \quad , \quad Re_{D,max} = \frac{u_{max} D}{\nu} \quad (4.69)$$

$$\bar{Nu}_D = C Re_{Dmax}^m Pr^{0,36} \left(\frac{Pr}{Pr_y} \right)^{1/4}$$

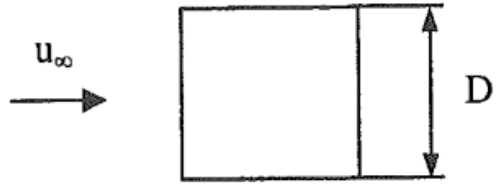
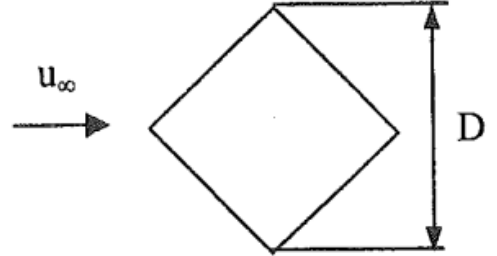
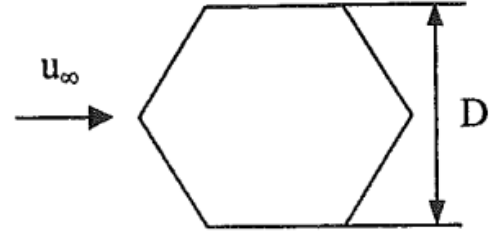
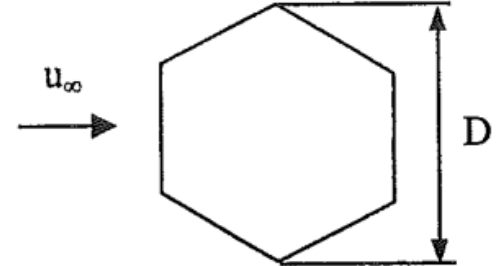
Çizelge 4.3 Boru demetine dik akışta denklem (4.71)' in sabitleri.

Boruların Tertiplenmesi	Re_{Dmax}	C	m
Sıralı	10-10 ²	0,80	0,40
Şaşırtmalı	10-10 ²	0,90	0,40
Sıralı ($S_T/S_L < 0,7$)	10 ³ -2x10 ⁵	0,27	0,63
Şaşırtmalı ($S_T/S_L < 2$)	10 ³ -2x10 ⁵	0,35(S_T/S_L) ^{1/5}	0,60
Şaşırtmalı ($S_T/S_L > 2$)	10 ³ -2x10 ⁵	0,40	0,60
Sıralı	2x10 ⁵ -2x10 ⁶	0,021	0,84
Şaşırtmalı	2x10 ⁵ -2x10 ⁶	0,022	0,84

Çizelge 4.4 Denklem (4.72)'nin C₁ sabiti.

N_L	1	2	3	4	5	7	10	13	16
Sıralı	0,70	0,80	0,86	0,90	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99
Şaşırtmalı	0,64	0,76	0,84	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99

Daire kesiti olmayan parçalar üzerine dik akışta ısı taşınımı:

Geometri	Geçerli aralık	Bağıntı
	$5000 < Re < 100000$	$Nu = 0,102 Re^{0,675} Pr^{1/3}$
	$5000 < Re < 100000$	$Nu = 0,246 Re^{0,588} Pr^{1/3}$
	$5000 < Re < 100000$	$Nu = 0,153 Re^{0,638} Pr^{1/3}$
	$5000 < Re < 19500$ $19500 < Re < 100000$	$Nu = 0,160 Re^{0,638} Pr^{1/3}$ $Nu = 0,0385 Re^{0,782} Pr^{1/3}$

KÜRE ÜZERİNE AKIŞTA ISI TAŞINIMI

Çeşitli deneysel bağıntılar önerilmiş olup, Whitaker'in önerdiği bağıntı,

$$\overline{Nu}_D = 2 + (0,4 Re_D^{1/2} + 0,06 Re_D^{2/3}) Pr^{0,4} \left(\frac{\mu}{\mu_y} \right)^{1/4}$$

şeklindedir. Bu bağıntı $0,71 < Pr < 380$, $3,5 < Re < 7,6 \times 10^4$ ve $1,0 < (\mu/\mu_y) < 3,2$ aralıklarında geçerlidir. μ_y yüzey sıcaklığında, diğer bütün özellikler film sıcaklığındadır.

BASINÇ KAYIPLARI

1-Düz Levhada akışta basınç kaybı

Düz levhadaki akışta basınç kaybı,

$$\Delta P = f \frac{u_{\infty}^2}{2} \rho \quad (4.74)$$

bağıntısı ile hesaplanır. Burada ΔP basınç kaybı (Pa), f sürtünme katsayısı, u_{∞} akışkan hızı (m/s) ve ρ akışkanın özgül kütesidir(kg/m³). Sürtünme katsayısı f ;

$$f_x = 0,664 Re_x^{-0,5} \quad (Re < 5 \times 10^5, \text{ laminar, yerel})$$

$$f_{ot} = 1,328 Re_L^{-0,5} \quad (Re < 5 \times 10^5, \text{ laminar, ortalama})$$

$$f_x = 0,0592 Re_x^{-0,2} \quad (Re > 5 \times 10^5, \text{ türbülanslı, yerel})$$

$$f_{ot} = 0,074 Re_L^{-0,2} \quad (Re > 5 \times 10^5, \text{ türbülanslı ortalama})$$

2.Boru içinde akışta basınç kaybı

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{u^2}{2} \rho \quad (4.75)$$

bağıntısı ile hesaplanır. Burada ΔP basınç kaybı (Pa), L boru boyu (m), D boru iç çapı (m), u boru içindeki ortalama akışkan hızı (m/s), ve ρ akışkanın özgül kütle (kg/m³) dir. f sürtünme katsayısı akışın yapısına göre aşağıdaki bağıntılardan hesaplanır;

$$\text{Laminer akış halinde (Re} < 2300 \text{) için: } f = \frac{64}{Re} \quad (4.75a)$$

$$\text{Tam gelişmiş akım halinde } Re_D \leq 2 \times 10^4 \text{ için: } f = 0,316 Re_D^{-1/4} \quad (4.75b)$$

$$\text{Tam gelişmiş akım halinde } Re_D \geq 2 \times 10^4 \text{ için: } f = 0,184 Re_D^{-0,2} \quad (4.75c)$$

Boru içindeki akışta pompanın teorik gücü W_{pom} ;

$$W_{pom} = \frac{m \Delta P}{\rho} \quad (\text{Watt})$$

Burada m kütleli debi kg/s, ΔP basınç kaybı Paskal, ρ akışkanın özgül kütle (kg/m³) dir.

	Levha üzerinde akış	Şartlar
1	$\delta = 5xRe_x^{-1/2}$	Laminer, T_f , Hız sınır tabaka
2	$f = 0,664Re^{-0,5}$, $\Delta P = f\rho u_\infty^2 / 2$	Laminer, sürtünme katsayısı ve basınç kaybı
3	$Nu_x = 0,332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$	Laminer, T_f , $0,6 \leq Pr \leq 50$
4	$\delta_T = 0,974 \delta Pr^{-1/3}$	Laminer, yerel, T_f , ısı sınır tabaka
5	$\bar{Nu}_L = 0,664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$	Laminer, ortalama, T_f , T_y =sbt.
6	$Nu_x = 0,453 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$	Laminer, yerel, sabit ısı akısı
7	$\bar{Nu}_L = 0,906 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$	Laminer, ortalama, sabit ısı akısı
8	$\bar{Nu}_L = (0,677 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}) / [1 + (0,0468 / Pr)^{2/3}]^{1/4}$	Laminer, ortalama, $(RePr) \geq 100$
9	$\bar{Nu}_L = (0,677 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}) / [1 + (0,0205 / Pr)^{2/3}]^{1/4}$	Laminer, ortalama, sabit ısı akısı
10	$\delta_t = 0,37 x Re_x^{-1/5}$	Türbülanslı, yerel, T_f , $Re_x \leq 10^8$
11	$\bar{Nu}_L = 0,037 Re_L^{0,8} Pr^{1/3}$	Girişten itibaren türbülanslı, T_y =sabit.
12	$Nu_x = 0,0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$	Türbülanslı, yerel, T_f , $Re_x \leq 10^8$, $0,6 \leq Pr \leq 60$
13	$\bar{Nu}_L = (0,037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3}$	Türbülanslı, ortalama, T_f , $Re_x \leq 10^8$, $0,6 \leq Pr \leq 60$
14	$\bar{Nu}_L = 0,0616 Re_L^{0,8} Pr^{1/3}$	Türbülanslı, ortalama, sabit ısı akısı

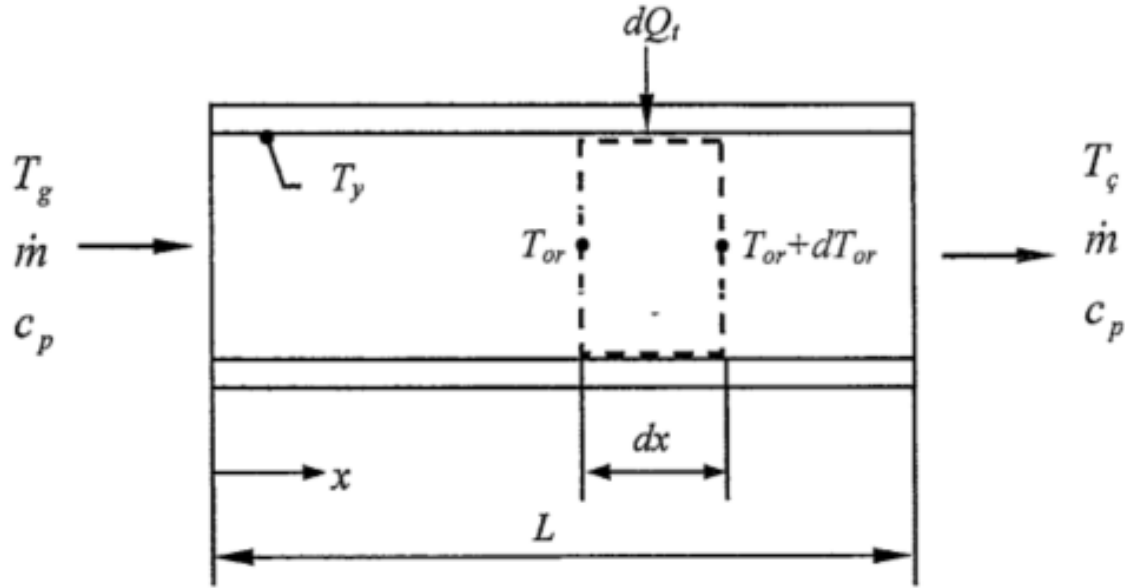
Boru içinde akış		
15	$f = 64 / Re_D$	Laminer, tam gelişmiş $Re_D < 2300$
17	$\Delta P = f L \rho u^2 / 2D$	Laminer ve türbülanslı halde basınç kaybı
18	$Nu_D = 3,66$	Laminer, tam gelişmiş, $T_y = \text{sabit}$, $Pr \geq 0,6$
19	$Nu_D = 4,36$	Laminer, tam gelişmiş, $q = \text{sabit}$, $Pr \geq 0,6$
20	$\bar{Nu}_D = 3,66 + \frac{0,0668(D/L) Re_D Pr}{1 + 0,04[(D/L) Re_D Pr]^{2/3}}$	Laminer, tam gelişmiş, giriş kısmı, $T_y = \text{sabit}$, $Pr \geq 0,6$
21	$f = 0,316 Re_D^{-1/4}$	Türbülanslı, Tam Gel. $2300 < Re < 20000$
22	$f = 0,184 Re_D^{-0,2}$	Türbülanslı, tam gelişmiş, $Re_D > 2 \times 10^4$
23	$Nu_D = 0,023 Re_D^{0,8} Pr^n$	Türb. tam gelişmiş, $0,6 \leq Pr \leq 160$, $Re_D \geq 10000$, $L/D \geq 10$, $T_y > T_a$ için $n=0,3$ $T_y < T_a$ için $n=0,4$
24	$\bar{Nu}_D = 0,116(Re_D^{2/3} - 125) Pr^{1/3} [1 + (D/L)^{2/3}] (\mu / \mu_y)^{0,14}$	Türbülanslı, ısı gelişmiş, hız gelişmemiş $0,6 \leq Pr \leq 1000$, $22300 < Re_D < 14 \times 10^4$, $L/D < 60$
25	$Nu_D = 0,027 Re_D^{4/5} Pr^{1/3} (\mu / \mu_y)^{0,14}$	Türbülanslı, tam gelişmiş, $Re_D \geq 10000$, $0,7 \leq Pr \leq 16700$, $L/D \geq 10$

Boru dışında boruya dik akış		
26	$\bar{Nu}_D = C Re_D^m Pr^{1/3}$	Ortalama, T_f , $0,4 < Re_D < 4 \times 10^5$, $Pr \geq 0,7$, Çiz.4.1
27	$\bar{Nu}_D = C_1 Re_{D,max}^m Pr^{1/3}$	Boru demeti, ortalama, T_f , $N_L \geq 10$, $Pr \geq 0,7$ $2000 < Re_{D,max} < 4 \times 10^4$ C_1 ve m Çizelge 4.2'de
28	$\bar{Nu}_D = C Re_{D,max}^m Pr^{0,36} (Pr/Pr_y)^{1/4}$	Boru demeti, ortalama, T_f , $N_L \geq 20$, $1000 < Re_{D,max} < 2 \times 10^6$, $0,7 < Pr < 500$, Çiz. 4.3
29	$\bar{Nu}_D = C_2 \bar{Nu}_{D(N_L \geq 20)}$	Boru demeti, ortalama, T_f , $N_L < 20$, $1000 < Re_{D,max} < 2 \times 10^6$, $0,7 < Pr < 500$, Çiz. 4.4.
Küre üzerinde akış		
30	$\bar{Nu}_D = 2 + (0,4 Re_D^{1/2} + 0,06 Re_D^{2/3}) Pr^{0,4} (\mu / \mu_y)^{1/4}$	Ortalama, T_f , $3,5 < Re_D < 7,6 \times 10^4$, $0,71 < Pr < 380$

Enerji Dengesi

Sabit yüzey sıcaklığı:

Boru iç yüzey sıcaklığının sabit olması halinde, Şekilde göz önüne alınan diferansiyel kontrol hacimdeki akışkanın enerjisindeki değişim,



$$dQ = mc_p dT_{or}$$

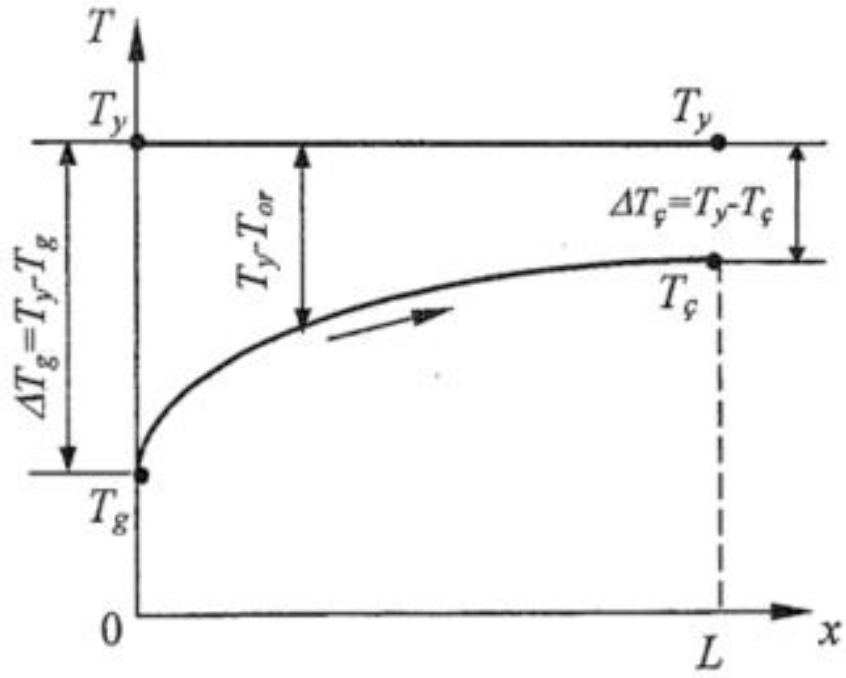
$$dQ_t = h \times p \times dx \Delta T$$

Burada $P=\pi D$ olarak borunun iç yüzey çevresidir.

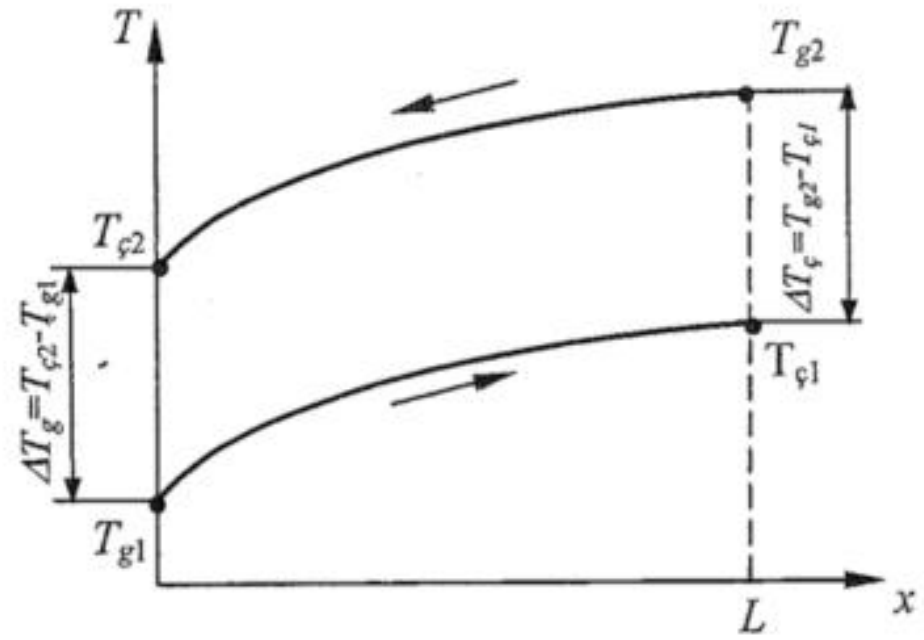
$$\frac{dT_{ort}}{dx} = \frac{P \cdot h}{\dot{m} c_p} \Delta T$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_g - \Delta T_{\zeta}}{\ln \frac{\Delta T_g}{\Delta T_{\zeta}}}$$

$$Q = hA_y \Delta T_{lm}$$



a) Sabit yüzey sıcaklığı hali



b) Boru içinden ve dışından ters yönde farklı sıcaklıklarda akışkan akması hali

Sabit Isı akısı için

$$dQ = qPdx \quad (\text{ısı akısı ile geçen ısı})$$

$$dQ = m c_p dT_{or} \quad (\text{akışkanın ısınmasındaki değişime harcanan ısı})$$

Bu iki denklem yapılan kabullere göre birbirlerine eşit olacağından,

$$\frac{dT_{or}}{dx} = \frac{q p}{m c_p}$$

bulunur. Isı akısı q , x 'den bağımsızdır. Bu yüzden, geçen toplam ısı miktarı,

$$Q = q p L$$

olur. Diğer taraftan denk. 4.86 'nın integrali alınırsa, akışkan sıcaklığındaki değişim;

$$T_{or}(x) = T_g + \frac{qP}{\dot{m}c_p} x$$

şeklinde elde edilir. Burada $T_{or}(x)$ x uzunluğundaki akışkanın ortalama sıcaklığı, T_g akışkanın giriş sıcaklığı ve x başlangıçtan itibaren boru boyudur.

Isı Taşınımı (Zorlanmış Dış ve İç Akış)

Çözümlü Örnekler
2025

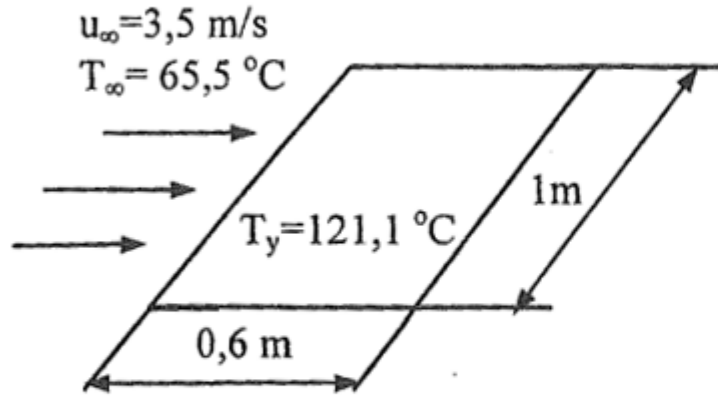
ÖRNEK: 1 bar basınç ve 65,6°C sıcaklığında hava 3,5 m/s hızında 121,1 °C sıcaklığındaki 1x0,6 m boyutundaki levha üzerinden şekildeki gibi akmaktadır.

a) $x = 0,6$ m uzaklığındaki yerel ısı taşınım katsayı sim ve levha için ortalama ısı taşınım katsayısını hesaplayınız.

b) Toplam ısı geçişi ne kadardır?

c) $x = 0,6$ m uzaklığındaki hız ve sıcaklık sınır tabaka kalınlıkları bulunuz.

Levha üzerindeki akış için aşağıdaki bağıntılar geçerlidir:



$$Re < 5 \times 10^5 \rightarrow Nu_x = 0,332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \quad (1)$$

$$Re > 5 \times 10^5 \rightarrow Nu = 0,037 Re^{0,8} Pr^{1/3} \quad (2)$$

<u>Hava</u>	<u>80°C</u>	<u>100°C</u>
ρ (kg/m ³)	0,999	0,9458
ν (m ² /s)	20,94x10 ⁻⁶	2306x10 ⁻⁶
k (W/mK)	~0,031	~0,031
c_p (J/kgK)	1009	1011

Çözüm:

Kabuller: 1.Sürekli rejim, 2.Işınım ihmal, 3.Özellikler sabit, 4.Levhanın ve havanın sıcaklıkları sabit.

$$\text{a) } T_f = \frac{T_\infty + T_y}{2} = \frac{65,6 + 121,1}{2} = 93,35^\circ\text{C} \text{ film sıcaklığı için } \rightarrow \nu = 22,35 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \rho = 0,963 \text{ kg/m}^3, c_p = 1010 \text{ J/kgK}$$

$x = 0,6 \text{ m}$ için;

$$Re_x = \frac{u_\infty x}{\nu} = \frac{3,5 \times 0,6}{22,35 \times 10^{-6}} = 93960$$

$Re_x \cong 93960 < 5 \times 10^5$ olduğundan akış laminardır 1'inci bağıntı geçerlidir.

$$Nu_x = 0,332 Re^{1/2} Pr^{1/3}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\nu}{\frac{k}{\rho c_p}} = \frac{22,35 \times 10^{-6}}{\frac{0,031}{0,963 \times 1010}} = 0,70$$

$$Nu_x = 0,332(93960)^{1/2} (0,70)^{1/3}$$

$$Nu_x = 90,4$$

$x=0,6$ m uzaklığındaki yerel ısı taşınım katsayısı,

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} \quad \rightarrow \quad h_x = \frac{Nu_x k}{x} = \frac{90,4 \times 0,031}{0,6}$$

$$h_x = 4,67 \text{ W/m}^2\text{K}$$

dır. Levha için ortalama ısı taşınım katsayısı;

$$h = \bar{h} = 2h_x = 2 \times 4,67$$

$$h = 9,34 \text{ W/m}^2\text{K}$$

b) Levhadan havaya taşınım yolu ile geçen ısı miktarı;

$$Q = h A (T_y - T_\infty)$$

$$Q = 9,34 \times 1 \times 0,6 (121,1 - 65,6)$$

$$Q = 311 \text{ W}$$

c) Levha üzerinde laminer akışta ısıl sınır tabaka kalınlığını bulabilmek için önce hız sınır tabaka kalınlığının bulunması gerekir. $x = 0,6$ m mesafedeki laminer hız sınır tabaka kalınlığı;

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5}{\sqrt{Re_x}} \quad \rightarrow \quad \frac{\delta}{0,6} = \frac{5}{\sqrt{93960}}$$

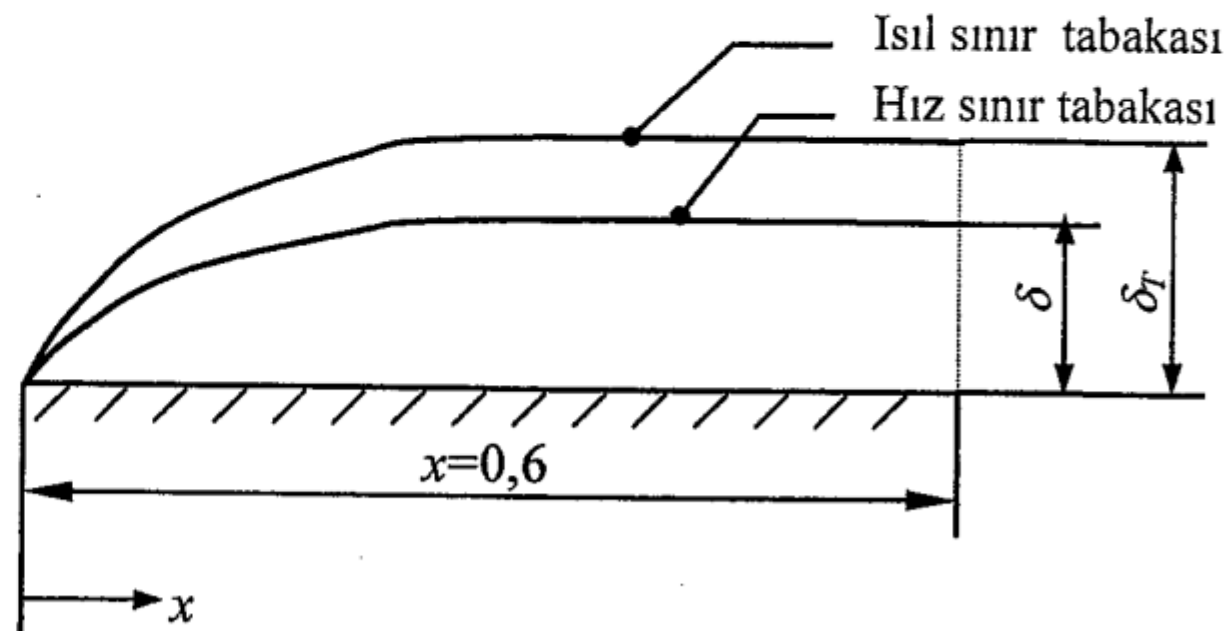
$$\delta = 0,0097 \text{ m} = 9,7 \text{ mm}$$

dir. Isıl sınır tabaka kalınlığı;

$$\frac{\delta_T}{\delta} = \frac{0,974}{Pr^{1/3}}$$

$$\frac{\delta_T}{0,0097} = \frac{0,974}{0,70^{1/3}}$$

$$\delta_T = 0,0106 \text{ m} \cong 10,6 \text{ mm}$$



Örnek: Atmosfer basıncındaki ve 20 °C sıcaklığındaki hava, 1,5 m uzunluğundaki ve 134 °C sıcaklığındaki levha üzerinden 5 m/s hızla akmaktadır. Birim genişlik için ısı geçişini hesaplayınız. Levha üzerindeki akışta ısı geçişi bağıntıları;

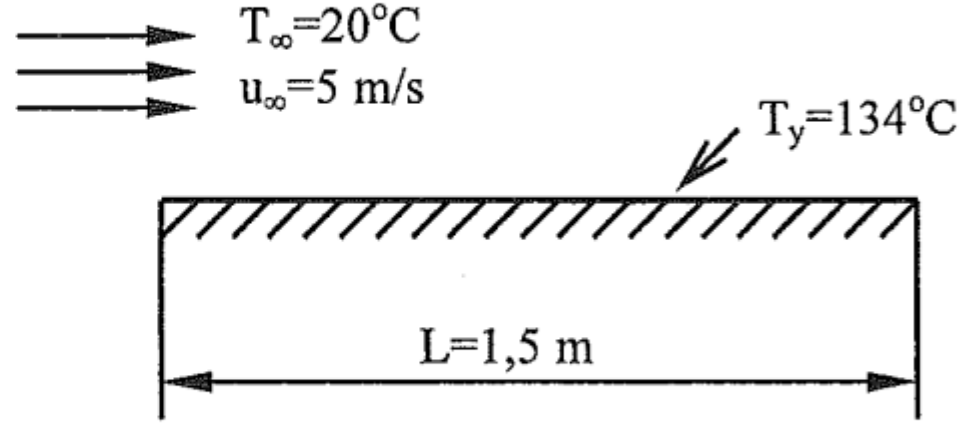
$$Re < 5 \times 10^5 \text{ için } Nu = 0,664 Re^{1/2} Pr^{1/3} \quad (I)$$

$$Re > 5 \times 10^5 \text{ için } Nu = 0,037 Re^{0,8} Pr^{1/3} \quad (II)$$

Çözüm :

Kabuller:

1. Devamlı rejim
2. Yüzey sıcaklığı üniform
3. Işınım ihmal
4. Akışkan sıcaklığı sabit



$$T_f = \frac{134 + 20}{2} = 77 \text{ °C} \text{ taki hava için Ek4'den, } \nu = 20.92 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad k = 0,03 \text{ W/mK}, \quad Pr = 0,7$$

$$Re = \frac{u_{\infty} L}{\nu_f} = \frac{5 \times 1,5}{20,92 \times 10^{-6}} = 358508,6$$

$Re = 358508,6 < 5 \times 10^5$ olduğundan 1. Bağıntı geçerlidir.

$$Nu = 0,664 Re^{1/2} Pr^{1/3} = 0,664 (358508,6)^{1/2} (0,7)^{1/3}$$

$$Nu = 353,05$$

Isı taşınım katsayısı;

$$\frac{h L}{k} = 353,05$$

$$h = \frac{k 353,05}{L} = \frac{0,03 \times 353,05}{1,5}$$

$$h = 7,06 \text{ W/m}^2\text{K}$$

olur. Birim genişlik için geçen ısı miktarı;

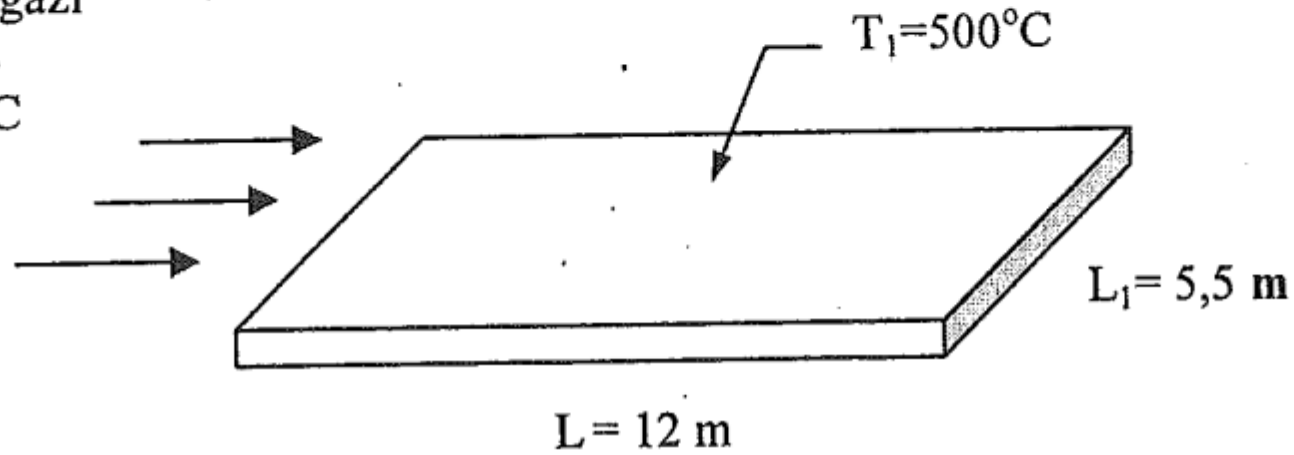
$$Q = hA(T_y - T_{\infty}) = hL \times 1(T_y - T_{\infty}) = 7,06 \times 1,5 \times 1 \times (134 - 20)$$

$$Q = 1207,26 \text{ W}$$

4.4 Sıcaklığı 500°C , eni $5,5\text{ m}$ ve boyu 12 m olan bakır bir levha üzerinden boyu yönünde 6 m/sn hızla atmosfer basıncındaki 354°C sıcaklığında helyum gazı akmaktadır. Buna göre;

- Levhanın $x = 10\text{ m}$ mesafesindeki yerel ısı taşınım katsayısını ve ısı akısını bulunuz.
- Levhanın ortalama ısı taşınım katsayısını ve levhadan azot gazına geçen ısı miktarını hesaplayınız.
- Levhanın $x = 12\text{ m}$ uzunluktaki hız ve sıcaklık sınır tabaka kalınlıklarını bulunuz.

Helyum gazı
 $u = 6\text{ m/s}$
 $T_{\infty} = 354^{\circ}\text{C}$



Çözüm:

$$T_f = \frac{T_y + T_\infty}{2} = \frac{354 + 500}{2} = 427^\circ \text{C}$$

Helyum için; $\nu = 502 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$, $k = 0,278 \text{ W} / \text{mK}$, $\rho = 0,069 \text{ kg} / \text{m}^3$, $\text{Pr} = 0,654$

a) $X = 10 \text{ m}$ mesafedeki yerel ısı taşınım katsayısının hesabı:

$$\text{Re} = \frac{u \cdot x}{\nu} = \frac{6 \times 10}{502 \times 10^{-6}} = 119522 \leq 5 \times 10^5 \text{ olduğundan akış laminerdir. Buna göre geçerli yerel bağıntı;}$$

$$\text{Nu}_x = 0,332 \text{Re}_x^{0,5} \text{Pr}^{1/3} = 0,332 \times 11922^{0,5} \times 0,654^{1/3} = 99,64$$

$$h_x = \frac{k}{x} \text{Nu}_x = \frac{0,278}{10} 99,64 = 2,77 \text{ W/m}^2 \text{K}$$

Geçen ısı akısı;

$$q = h_x (T_\infty - T_y) = 2,77(500 - 354)$$

$$q = 681,4 \text{ W/m}^2$$

b) Ortalama ısı taşınım katsayısının hesabı:

$$Re = \frac{u.L}{\nu} = \frac{6 \times 12}{502 \times 10^{-6}} = 143426 \leq 5 \times 10^5 \text{ old. Akış laminerdir. Ortalama Nusselt bağıntısı;}$$

$$\overline{Nu} = 0,664 \times 310707^{0,5} \times 0,7^{1/3} = 328,6$$

$$\overline{h} = \frac{k}{L} \overline{Nu} = \frac{0,278}{12} 328,6 = 5,05 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Geçen ısı miktarı;

$$Q = \overline{h} A (T_{\infty} - T_y) = 5,05 \times 12 \times 5,5 (500 - 354)$$

$$Q = 279,04 \text{ W}$$

c) $L = 12 \text{ m}$ mesafedeki hız sınır tabaka kalınlığı; $Re = 143426 < 5 \times 10^5$ old. Laminer akış için;

$$\delta = \frac{4,64 \times L}{\sqrt{Re}} = \frac{4,64 \times 12}{\sqrt{143426}} = 0,147 \text{ m}$$

$L = 12 \text{ m}$ mesafedeki ısı sınır tabaka kalınlığı;

$$\delta_T = \frac{\delta}{Pr^{1/3}} = \frac{0,147 \times 0,97}{0,654^{1/3}} = 0,164 \text{ m}$$

$$Re = \frac{u \cdot L}{\nu} = \frac{6,5 \cdot 1}{20,92 \cdot 10^{-6}} = 310707 < 5 \cdot 10^5 \text{ Laminar}$$

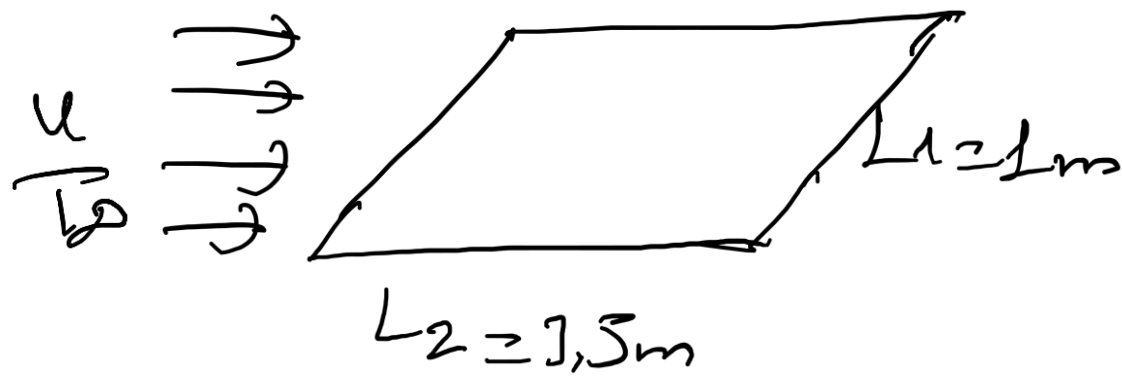
$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\nu}{\frac{k}{\rho \cdot c_p}} = \frac{20,92 \cdot 10^{-6}}{0,03} = 0,7$$

$$Nu = 0,664 Re^{0,5} Pr^{1/3} = 0,664 \cdot (310707)^{0,5} \cdot (0,7)^{1/3} = \underline{\underline{328,6}}$$

$$Nu = \frac{h \cdot L}{k} \Rightarrow h = \frac{Nu \cdot k}{L} = \frac{328,6 \cdot 0,03}{1} = \underline{\underline{9,8 \text{ W/m}^2\text{K}}}$$

$$\dot{Q} = h \cdot A \cdot (\overline{T}_y - \overline{T}_x) = 9,8 (1 \times 3,5) (150 - 25) = \underline{\underline{4287,5 \text{ W}}}$$

b) $L = 3,5 \text{ m}$



$$Re = \frac{u \cdot L}{\nu}$$

$$Re = \frac{6,5 \cdot 3,5}{20,52 \cdot 10^{-6}} = 1087476 > 5 \cdot 10^5 \text{ akus horizontalus}$$

$$Nu = (0,027 \cdot Re^{0,8} - 871) \cdot Pr^{1/3} = (0,027 \cdot (1087476)^{0,8} - 871) \cdot 0,7^{1/3}$$

$$Nu = 1443,3$$

$$Nu = \frac{h \cdot L}{k} \Rightarrow 1443,3 = \frac{h \cdot 3,5}{0,02} \Rightarrow h = 12,37 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$Q = h \cdot A \cdot (T_y - T_\infty) = 12,37 \cdot (1 \times 3,5) \cdot (150 - 25) = \underline{\underline{5411 \text{ W}}}$$

a) Kısa kenar boyunca akış ($L_1=1$ m),

$$Re = \frac{u.L_1}{\nu} = \frac{6,5 \times 1}{20,92 \times 10^{-6}} = 310707 \leq 5 \times 10^5$$

Olduğundan akış laminerdir.

$$Pr = \frac{\frac{\gamma}{k}}{\frac{\rho.c_p}{0,995 \times 1009}} = \frac{20,92 \times 10^{-6}}{0,03} = 0,7$$

$$Nu = 0,664 Re^{0,5} Pr^{1/3} = 0,664 \times 310707^{0,5} \times 0,7^{1/3} = 328,6$$

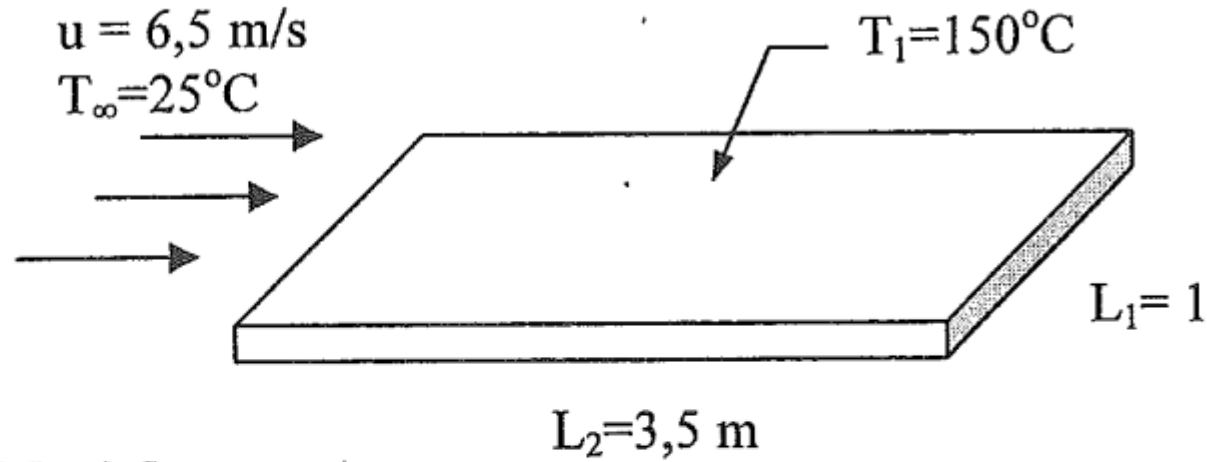
$$h = \frac{k}{L_1} Nu = \frac{0,03}{1} 328,6 = 9,8 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Geçen ısı miktarı;

$$Q = hA(T_y - T_\infty) = 9,8 \times 1 \times 3,5(150 - 25)$$

$$Q = 4287,5 \text{ W}$$

b) Uzun kenar boyunca akışta ($L_2=3,5$ m) Reynolds sayısı,



$$Re = \frac{u.L}{\gamma} = \frac{6,5 \times 3,5}{20,92 \times 10^{-6}} = 1087476 > 5 \times 10^5$$

olduğundan türbülanslı akış vardır. Buna göre geçerli bağıntı;

$$Nu = (0,037 \times Re^{0,8} - 871) Pr^{1/3}$$

$$Nu = (0,037 \times 1087476^{0,8} - 871) 0,7^{1/3} = 1443,3$$

$$h = \frac{k}{L_1} Nu = \frac{0,03}{3,5} 1443,3 = 12,37 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Geçen ısı miktarı;

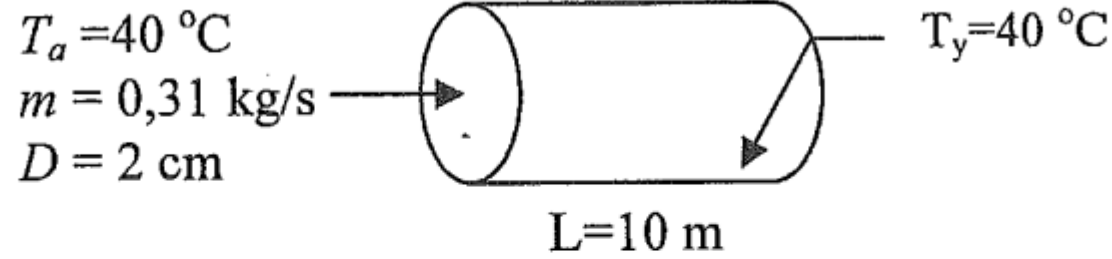
$$Q = h.A(T_y - T_\infty) = 12,37 \times 1 \times 3,5(150 - 25)$$

$$Q = 5411 \text{ W}$$

Havanın levhanın uzun kenarı boyunca akması halinde ısı taşınım katsayısı büyümüştür ve dolayısı ile ısı geçişide daha büyük olmuştur.

Örnek: 40 °C ortalama sıcaklığındaki su, 2 cm çapında ve 10 m uzunluğundaki bir boru içinden 0,31 kg/s debisinde akmaktadır. Boru iç yüzey sıcaklığının 60 °C 'ta sabit kaldığını kabul ederek suya geçen ısı miktarım ve suyun basınç kaybını hesaplayınız?

Çözüm:



Kabuller: 1.Devamlı rejim, 2.Özellikler sabit, 3.Kinetik ve potansiyel enerjiler sabit.

40 °C 'deki su için Ek3'den; $\rho = 994,6\text{ kg / m}^3$, $\nu = 0,658 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$,

$c_p = 4,178\text{ kJ/kgK}$, $k = 0,628\text{ W/mK}$

$$Re_D = \frac{4\dot{m}}{\rho v D \pi} = \frac{4 \times 0,31}{994,6 \times 0,658 \times 10^{-6} \times 0,02 \times \pi} = 30170$$

Reynolds sayısı boru içindeki hız hesaplanarak da bulunabilir.

$$\dot{m} = \rho u A \rightarrow u = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{0,31}{994,6 \times \frac{\pi (0,02)^2}{4}} \cong 1,0 \text{ m/s}$$

$$Re_D = \frac{uD}{\nu} = \frac{1 \times 0,02}{0,658 \times 10^{-6}} = 30395$$

$Re_D = 30395 > 2300$ olduğundan türbülanslı akıştır. Buna göre hız ve ısı sınır tabaka uzunluğu;

$$L_{hid} = L_{ısı} = 10 D = 10 \times 0,02 = 0,2 \text{ m}$$

dır. Bu giriş uzunlukları boru boyunun yanında çok küçük olduğundan hız ve sıcaklık dağılımları tam gelişmiştir. $Re_D = 30395 > 10000$ ve $\frac{L}{D} = \frac{10}{0,02} = 500 > 60$ olduğundan,

$$Nu_D = 0,023 Re_D^{0,8} Pr^{0,4}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\nu}{\frac{k}{\rho c_p}} = \frac{\nu \rho c_p}{k} = \frac{0,658 \times 10^{-6} \times 994,6 \times 4178}{0,628} = 4,35$$

$$Nu_D = 0,023 \times (30395)^{0,8} \times (4,35)^{0,4} = 159,72$$

$$Nu_D = \frac{hD}{k} \rightarrow h = \frac{Nu_D k}{D} = \frac{159,72 \times 0,628}{0,02}$$

$$h = 5015,2 \text{ W/m}^2\text{K}$$

bulunur. Geçen ısı miktarı,

$$Q = hA(T_y - T_a) = h\pi DL(T_y - T_a) = 5015,2 \times \pi \times 0,02 \times 10(60 - 40)$$

$$Q = 63020 \text{ W}$$

Sürtünme faktörü için de 4.75c bağıntısı geçerli olacağından;

$$f = 0,184 Re_D^{-0,2} = 0,184 \times 30395^{-0,2} = 0,023$$

bulunur. Borudaki basınç kaybı;

$$\Delta P = f \frac{L}{d} \frac{\rho u^2}{2} = 0,023 \times \frac{10}{0,02} \times \frac{994,6 \times 1^2}{2}$$

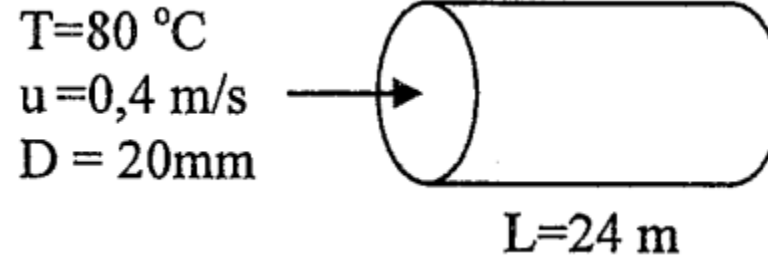
$$\Delta P = \mathbf{5718,95 \text{ Pa}}$$

Pompanın teorik gücü;

$$W_{pom} = \frac{\dot{m} \Delta P}{\rho} = \frac{0,31 \times 5718,95}{994,6}$$

$$W_{pom} = \mathbf{1,78 \text{ W}}$$

Örnek: Çapı 20 mm ve boyu 24 m uzunluğundaki yatay yerleştirilmiş pürüzsüz yalıtımlı bir kalorifer borusu içinden 0,4 m/s hızında 80 °C sıcaklığında önce su ve daha sonra makine yağı akması durumunda iç yüzey ısı taşınım ve sürtünme katsayılarını, basınç kayıplarını ve pompa güçlerini bulunuz ve sonucu yorumlayınız?



$T = 80 \text{ }^{\circ}\text{C}$ su için Ek 3' den: $\rho = 974 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 0,374 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $k = 0,668 \text{ W/mK}$, $Pr = 2,29$

$T = 80 \text{ }^{\circ}\text{C}$ makine yağı için Ek 6' dan: $\rho = 853,9 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 41,7 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $k = 0,138 \text{ W/mK}$, $Pr = 546$

Su akması halinde;

$$Re = \frac{uD}{\nu} = \frac{0,4 \times 0,02}{0,374 \times 10^{-6}} = 21390$$

Re > 2300 olduğundan akış türbülanslıdır. $L_{hid}=L_{ısı} \cong 10 D = 10 \times 0,02 = 0,2$ m olduğundan hem hız hem de ısı bakımından tam gelişmiştir. Isı taşınım katsayısı Dittus Boelter bağıntısı kullanılarak;

$$Nu = \frac{hD}{k} = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,3} = 0,023 \times 21390^{0,8} \times 2,29^{0,3} = 93,3$$

$$h = \frac{kNu}{D} = \frac{0,668 \times 93,3}{0,02} \rightarrow \mathbf{h = 3116,2 \text{ W/m}^2\text{K}}$$

olur. Sürtünme katsayısı ve basınç kaybı;

$$f = 0,184 Re^{-0,2} = 0,184 \times 21390^{-0,2} \rightarrow \mathbf{f = 0,025}$$

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\rho u^2}{2} = 0,025 \frac{24 \times 974 \times 0,4^2}{0,02 \times 2} \rightarrow \mathbf{\Delta P = 2337,6 \text{ Pa}}$$

Kütlelesel debi ve pompa gücü;

$$\dot{m} = u \frac{\pi D^2}{4} \rho = 0,4 \frac{\pi 0,02^2}{4} 974 = 0,122 \text{ kg/s}$$

$$W_{pom} = \frac{\dot{m} \Delta P}{\rho} = \frac{0,122 \times 2337,6}{974} \rightarrow \mathbf{W_{pom} = 0,29 \text{ W}}$$

Makine yağı akması halinde;

$$Re = \frac{uD}{\nu} = \frac{0,4 \times 0,02}{41,7 \times 10^{-6}} = 191,8$$

Re < 2300 olduğundan akış laminerdir. Isı taşınım katsayısı;

$$Nu = \frac{hD}{k} = 3,66$$

$$h = \frac{kNu}{D} = \frac{0,138 \times 3,66}{0,02} \rightarrow \quad \mathbf{h = 25,2 \text{ W/m}^2\text{K}}$$

olur. Hız ve ısı giriş uzunlukları;

$$L_{\text{hız}} = 0,05 \text{ Re } D = 0,05 \times 191,8 \times 0,02 = 0,191 \text{ m}$$

$$L_{\text{ısı}} = 0,05 \text{ Re } \text{Pr } D = 0,05 \times 191,8 \times 546 \times 0,02 = 104,7 \text{ m}$$

Sürtünme katsayısı ve basınç kaybı;

$$f = \frac{64}{Re} = \frac{64}{191,8} \rightarrow f = 0,33$$

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\rho u^2}{2} = 0,33 \frac{24 \times 853,9 \times 0,4^2}{0,02 \times 2} \rightarrow \Delta P = 27051,5 \text{ Pa} = 2,7 \text{ mSS}$$

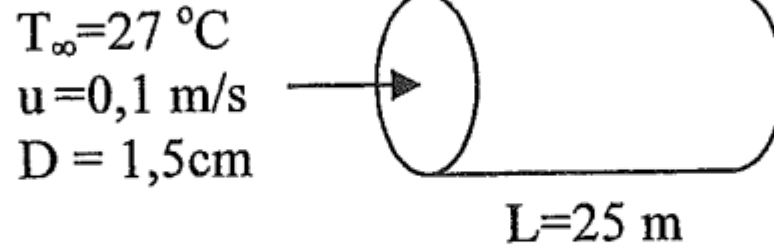
Kütleli debi ve pompa gücü;

$$\dot{m} = u \frac{\pi D^2}{4} \rho = 0,4 \frac{\pi 0,2^2}{4} 853,9 = 0,107 \text{ kg/s}$$

$$W_{pom} = \frac{\dot{m} \Delta P}{\rho} = \frac{0,107 \times 27051,5}{853,9} \rightarrow W_{pom} = 3,39 \text{ W}$$

- 4.13 Çapı 1,5 cm ve boyu 25 m olan pürüzsüz bir boru içinden 0,1 m/s hızında 27 °C sıcaklığındaki etilen glikol ve su akması durumunda ayrı ayrı basınç kayıplarını bulunuz ve sonucu yorum yapınız.

Çözüm:



$T=27^{\circ}\text{C}$ etilen glikol için; Ek 6' dan: $\rho=1114,4\text{ kg/m}^3$, $\nu=14,1 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$

$T=27^{\circ}\text{C}$ su için; Ek 3' den: $\rho=997\text{ kg/m}^3$, $\nu=0,857 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$

Etilen glikol akması halinde;

$$\text{Re} = \frac{uD}{\nu} = \frac{0,1 \times 0,015}{14,1 \times 10^{-6}} = 106,4$$

$\text{Re} < 2300$ olduğundan akış laminardır. Sürtünme katsayısı ve basınç kaybı;

$$f = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{106,4} = 0,601$$

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\rho u^2}{2} = 0,601 \frac{25 \times 1114,4 \times 0,1^2}{0,015 \times 2}$$

$$\Delta P_{\text{etilen}} = \mathbf{5581 \text{ Pa}}$$

Su akması halinde;

$$\text{Re} = \frac{uD}{\nu} = \frac{0,1 \times 0,015}{0,857 \times 10^{-6}} = 1750$$

$$f = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{1750} = 0,036$$

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\rho u^2}{2} = 0,036 \frac{25 \times 997 \times 0,1^2}{0,015 \times 2}$$

$$\Delta P_{\text{su}} = \mathbf{299 \text{ Pa}}$$

Soru: Bir plastik fabrikasında sürekli olarak 1,2 m genişliğinde ve 2 mm kalınlığında plastik 15 m/dak hızında çekilmektedir. 90 °C sıcaklığındaki plastik tabakanın alt ve üst yüzeyleri tabakanın eni yönünde, 30 °C sıcaklık ve 3 m/s hava akışına maruz bırakılarak soğutulmaktadır. Soğutulan kısmın uzunluğu plastik tabakanın 2 s süresince aldığı yola eşit olduğuna göre plastik tabakadan çevreye transfer olan ısı miktarının bulunuz?

Çözüm:

Hava plastik tabakanın alt ve üstü olmak üzere her iki yüzeyinden akmaktadır.

Kabuller: 1--sürekli rejim 2- Kritik Reynolds sayısı $Re_{kr} = 5 \times 10^5$. 3-Rasyasyon etkisi ihmal edilebilir seviyede, 4-Hava ideal gaz olarak kabul edildi.

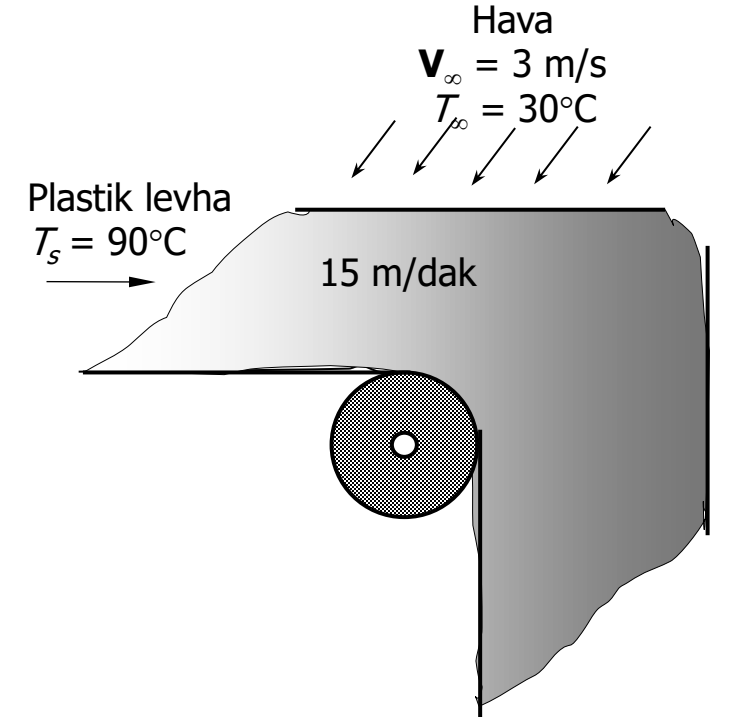
Özellikler: 1 atm basınçta ve film sıcaklığında havanın özellikleri tablodan;
($T_s + T_\infty$)/2 = (90+30)/2 = 60°C için (Tablo A-15)

$$\rho = 1.059 \text{ kg/m}^3$$

$$k = 0.02808 \text{ W/m.}^\circ\text{C}$$

$$\nu = 1.896 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$Pr = 0.7202$$



Soğutulan kısmın genişliği 2 s süresinde plastik tabakanın aldığı yola eşit olacaktır.

$$W = V\Delta t = [(15/60) \text{ m/s}](2 \text{ s}) = 0.5 \text{ m}$$

Reynolds sayısı:

$$\text{Re}_L = \frac{V_\infty L}{\nu} = \frac{(3 \text{ m/s})(1.2 \text{ m})}{1.896 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 1.899 \times 10^5$$

olduğundan akış laminerdir. Ortalama ısı taşınım katsayısı aşağıdaki şekilde bulunabilir;

$$Nu = \frac{hL}{k} = 0.664 \text{Re}_L^{0.5} \text{Pr}^{1/3} = 0.664(1.899 \times 10^5)^{0.5} (0.7202)^{1/3} = 259.7$$

$$h = \frac{k}{L} Nu = \frac{0.0282 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{1.2 \text{ m}} (259.7) = 6.07 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

Soğutulan levhada yüzey alanı levhanın alt ve üst kısımlarının toplam alanıdır.

$$A_s = 2LW = 2(1.2 \text{ m})(0.5 \text{ m}) = 1.2 \text{ m}^2$$

$$\dot{Q}_{conv} = hA_s (T_\infty - T_s) = (6.07 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(1.2 \text{ m}^2)(90 - 30)^\circ\text{C} = \mathbf{437 \text{ W}}$$

Soru: Soğuk bir kış gününde bir evin 4 m yüksekliğinde ve 10 m boyundaki duvarı üzerinden rüzgar duvarın uzunluğu boyunca 55 km/h hızla esmektedir. Dış hava sıcaklığının 5 °C ve duvar yüzey sıcaklığını 12 °C kabul ederek, duvardan taşınım ile meydana gelen ısı transferini hesaplayınız?

Çözüm:

Hava için 1 atm ve film sıcaklığı $(T_s + T_\infty)/2 = (12+5)/2 = 8.5^\circ\text{C}$ için; (Tablo A-15)

$$k = 0.02428 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$$

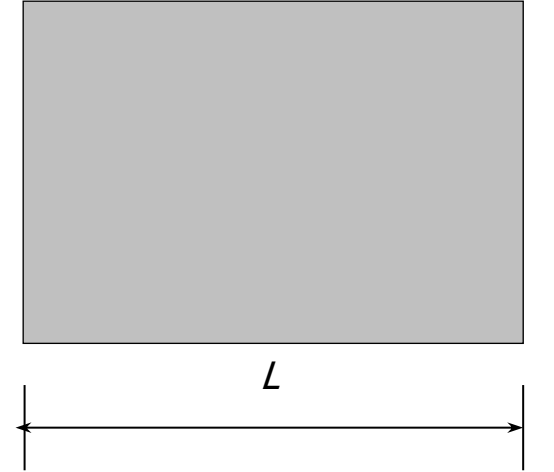
$$\nu = 1.413 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\text{Pr} = 0.7340$$

$$\text{Re}_L = \frac{V_\infty L}{\nu} = \frac{[(55 \times 1000 / 3600) \text{ m/s}](10 \text{ m})}{1.413 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 1.081 \times 10^7$$

olduğundan akış laminardır.

Hava
 $V_\infty = 55$
km/h
 $T_\infty = 5^\circ\text{C}$



Buna göre ısı taşınım katsayısı;

$$Nu = \frac{hL}{k} = (0.037 Re_L^{0.8} - 871) Pr^{1/3} = [0.037(1.081 \times 10^7)^{0.8} - 871](0.7340)^{1/3} = 1.336 \times 10^4$$

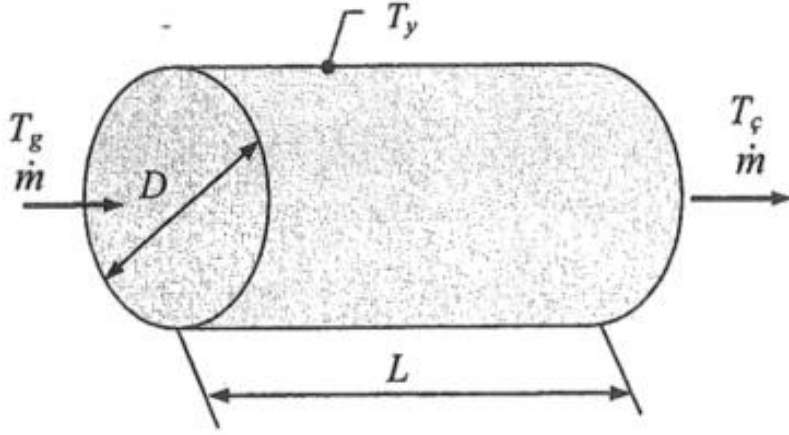
$$h = \frac{k}{L} Nu = \frac{0.02428 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{10 \text{ m}} (1.336 \times 10^4) = 32.43 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

Duvar yüzeyinden transfer olan ısı miktarı;

$$A_s = wL = (4 \text{ m})(10 \text{ m}) = 40 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= hA_s(T_\infty - T_s) = (32.43 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(40 \text{ m}^2)(12 - 5)^\circ\text{C} = 9081 \text{ W} \\ &= 9.08 \text{ kW} \end{aligned}$$

Örnek: Boru cidar kalınlığı ince olan 50 mm çapındaki ve 6 m uzunluğundaki bir borunun, dış yüzeyinde 1 atm basıncındaki buharın yoğuşması esnasında, borunun dış yüzey sıcaklığı yayılı olarak 100°C 'ta sabit kalmaktadır. Boru içersine 0,25 kg/s debisindeki su, 15°C'ta girip, 57°C'ta çıkmaktadır. Su tarafındaki ortalama ısı taşınım katsayısını ve yoğuşan buhar miktarını hesaplayınız?



Çözüm:

Verilenler:

$$D = 50 \text{ mm}$$

$$T_y = 100 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\dot{m} = 0,25 \text{ kg/s}$$

$$T_g = 15 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_ç = 57 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$L = 6 \text{ m}$$

Kabuller:

1. Borunun ısı iletim direnci ihmal,
2. Kinetik enerji ve potansiyel enerji ihmal
3. Özellikler sabit.

$$T_{ort} = \frac{T_g + T_ç}{2} = \frac{15 + 57}{2} = 36 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Su için $c_p = 4178 \text{ J/kgK}$ ve $h_{sb} = 2\,457\,000 \text{ J/kg}$

Enerji dengesi için denklem

$$Q = \dot{m} \cdot c_p (T_{\zeta} - T_g)$$

Newton'un soğuma kanuna göre ısı taşınımı:

$$Q = h \cdot A \cdot \Delta T_{lm}$$

Bu iki denklemden ve $A=2\pi DL$ için:

$$h = \frac{\dot{m} \cdot c_p}{\pi DL} \frac{T_{\zeta} - T_g}{\Delta T_{lm}}$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_g - \Delta T_{\zeta}}{\ln \frac{\Delta T_g}{\Delta T_{\zeta}}} = \frac{(T_y - T_g) - (T_y - T_{\zeta})}{\ln \frac{T_y - T_g}{T_y - T_{\zeta}}} = \frac{(100 - 15) - (100 - 57)}{\ln \frac{100 - 15}{100 - 57}} = 61,6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

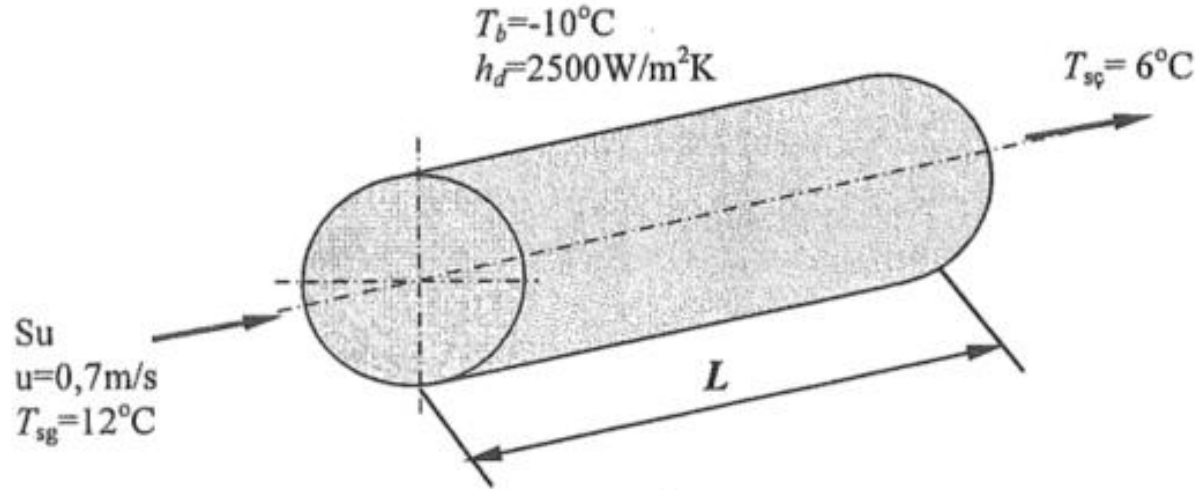
$$h = \frac{0,25 \times 4178}{\pi \times 0,05 \times 6} \frac{(57 - 15)}{61,6} = 756 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Yoğuşan buhar miktarı:

$$\dot{m}_{yoğ} = \frac{Q}{h_{sb}} = \frac{\dot{m} \cdot c_p (T_{\dot{\varsigma}} - T_g)}{h_{sb}} = \frac{0,25 \times 4178(57 - 15)}{2\,457\,000}$$

$$\dot{m}_{yoğ} = 0,0178\,kg/s = 64,27\,kg/h$$

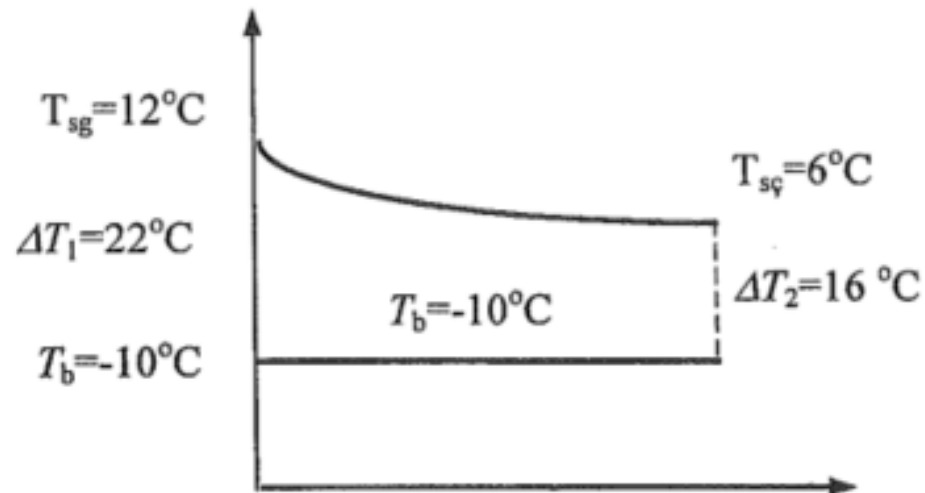
Örnek: İç çapı 25 mm, dış çapı 30 mm ve ısı iletim katsayısı 50 W/mK olan bir boru içinden akan 0,7 m/s hızındaki su, 12 °C ta girip 6 °C ta çıkmaktadır. Boru dışında -10 °C ta ısı taşınım katsayısı 2500 W/m²K olan soğutucu bir akışkan buharlaşmaktadır. Boru uzunluğunu hesaplayınız?



Çözüm:

Kabuller

1. Devamlı rejim
2. Özellikler sabit
3. Yüzey sıcaklığı üniform
4. Çevreye ısı kaybı yok



$T_{su,ort} = 9^\circ\text{C}$ için

$$\rho = 999,7 \text{ kg/m}^3$$

$$\nu = 1,547 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0,577 \text{ W/mK}$$

$$c_p = 4180 \text{ J/kgK}$$

$$Q = \dot{m}_s c_{p,s} (T_{s,g} - T_{s,\zeta}) = U \cdot A \cdot \Delta T_{lm}$$

$$Q = \dot{m}_s c_{p,s} (T_{s,g} - T_{s,\zeta}) = \rho \cdot u \cdot A \cdot c_{p,s} (T_{s,g} - T_{s,\zeta})$$

$$Q = 0,7 \times \pi \frac{0,025^2}{4} 999,7 \times 4180 (12 - 6) = 8615,19 \text{ W}$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} = \frac{22 - 16}{\ln \frac{22}{16}} = 18,84 \text{ °C}$$

$$Re = \frac{u \cdot D}{\vartheta} = \frac{0,7 \times 0,025}{1,547 \times 10^{-6}} = 11308,5 > 2300 \text{ akış türbülanslıdır.}$$

$$Pr = \frac{\vartheta}{\alpha} = \frac{\vartheta}{\frac{k}{\rho \cdot c_p}} = \frac{1,547 \times 10^{-6} \times 999,7 \times 4180}{0,577} = 11,2$$

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,3}$$

$$Nu = 0,023 \cdot 11308,5^{0,8} \cdot 11,2^{0,3} = 83$$

$$Nu = \frac{h \cdot D}{k} \rightarrow \rightarrow 83 = \frac{h \cdot 0,025}{0,577}$$

$$h = 1915,64 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$U = \frac{2\pi \cdot L}{\frac{1}{h_i R_i} + \frac{\ln(D_d/D_i)}{k} + \frac{1}{h_d R_d}}$$

$$Q = \frac{2\pi \cdot L \cdot \Delta T}{\frac{1}{h_i R_i} + \frac{\ln(D_d/D_i)}{k} + \frac{1}{h_d R_d}}$$

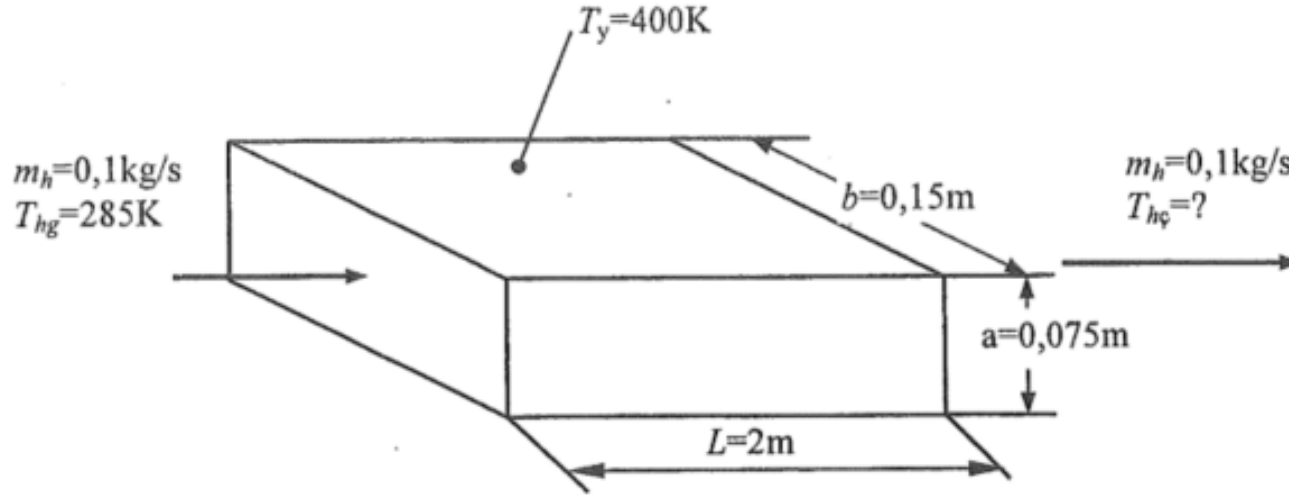
$$38615,19 = \frac{2\pi \cdot L \cdot 18,84}{\frac{1}{1915,64 \times 0,0125} + \frac{\ln(30/50)}{50} + \frac{1}{2500 \times 0,015}}$$

$$L = 5,24 \text{ m}$$

Örnek: Basıncı 1 atm olan 285 K sıcaklığında ve 0,10 kg/s debisindeki hava, 2 m uzunluğunda ve 75mmX150mm kesitindeki dikdörtgen bir kanala girmektedir. Kanalin iç yüzeylerinin sıcaklığı 400 K de sabit kalmaktadır. Havanın kanaldan çıkış sıcaklığını ve kanaldan havaya geçen ısı miktarını hesaplayınız?

Çözüm:

Kabuller: 1. Devamlı rejim. 2. Özellikler sabit, 3. Yüzey sıcaklığı üniform, 4. Çevreye ısı kaybı yok, 5. Işınım ihmal. 6. Kinetik ve potansiyel enerjiler ihmal, 7. Akış tam gelişmiş



Havanın kanaldan çıkış sıcaklığı tahmini 315 K kabul edilirse, $T_{hor} = \frac{285 + 315}{2} \cong 300$ K'deki

hava için Ek4'den, $\rho=1,1614$ kg/m³, $c_{ph}=1007$ J/kgK, $\mu=184,6 \times 10^{-7}$ Ns/m², $k=0,0263$ W/mK, $Pr=0,707$.

Kanalın iç yüzeylerinin sıcaklığı sabit kaldığında enerji dengesi,

$$Q_h = \dot{m}_h c_{ph} (T_{hg} - T_{hm}) = hA\Delta T_{lm}$$

biçiminde olur. Dikdörtgen kanalda hidrolik çap;

$$D_h = \frac{4A_c}{\zeta} = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{4 \times 0,075 \times 0,15}{2(0,075 + 0,15)} = \mathbf{0,10 \text{ m}}$$

$$\mathbf{D_h = 0,10 \text{ m}}$$

$$Re = \frac{u_{or} D_h}{\nu} = \frac{\rho u_{or} D_h}{\mu} = \frac{\dot{m}_h D_h}{\mu A_k} = \frac{0,1 \times 0,1}{184,6 \times 10^{-7} \times 0,075 \times 0,15} = 48153$$

$Re=48153 > 10000$ olduğundan ve tam gelişmiş akım için denk.(4.56) dan,

$$Nu_D = 0,023 Re_D^{0,8} Pr^n$$

$$Nu_{Dh} = 0,023 \times 48153^{0,8} \times 0,707^{0,4}$$

$$Nu_{Dh} = 106,18$$

bulunur ve ısı taşınım katsayısı,

$$h = \frac{k Nu_{Dh}}{D_h} = \frac{0,0263 \times 106,18}{0,10}$$

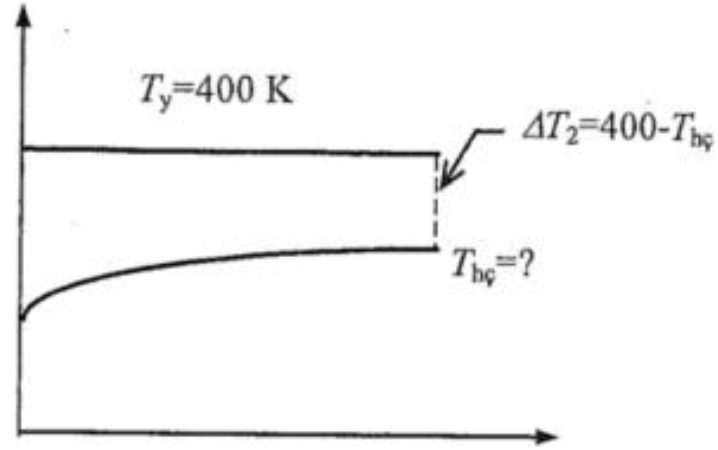
$$\mathbf{h=30 \text{ W/m}^2\text{K}}$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}}$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{115 - (400 - T_{hç})}{\ln \frac{115}{(400 - T_{hç})}}$$

$$\Delta T_1 = 400 - 285 = 115 \text{ K}$$

$$T_{ag} = 285 \text{ K}$$



dır. Bulunanlar enerji dengesinde yerlerine konulursa,

$$0,1 \times 1007 (T_{hç} - 285) = 30 (0,075 + 0,15) 2 \times 2 \frac{115 - (400 - T_{hç})}{\ln \frac{115}{(400 - T_{hç})}}$$

olur buradan deneme yanılma yolu ile havanın çıkış sıcaklığı;

$$T_{hç} = 312 \text{ K}$$

bulunur. Diğer bir şekilde havanın çıkış sıcaklığı aşağıdaki gibi denk.(4.82) kullanılarak da,

$$\frac{T_y - T_{hç}}{T_y - T_{hg}} = \exp\left(-\frac{P L}{m c_p} \bar{h}\right)$$

$$\frac{400 - T_{hç}}{400 - T_{hg}} = \exp\left(-\frac{(0,15 + 0,075)2 \times 2}{0,10 \times 1007} 30\right)$$

$$T_{hç} = 312 \text{ K}$$

aynı sonuç bulunur. Kanaldan havaya geçen ısı miktarı,

$$Q = 0,10 \times 1007 (312 - 285)$$

$$Q = 2718,9 \text{ W}$$

bulunur.

Örnek: 32 °C sıcaklığındaki hava dış çapı 18 mm ve yüzey sıcaklığı 85 °C olan bir boruya, yüzeyine dik olacak şekilde 3 m/s hızında akmaktadır. Borunun birim uzunluğundan olan ısı geçişini hesaplayınız?

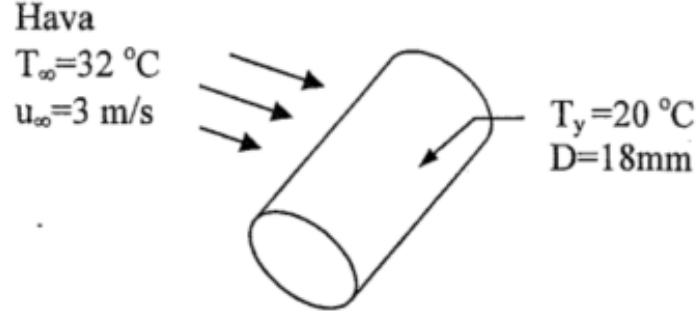
Çözüm:

$$T_f = \frac{T_y + T_h}{2} = \frac{85 + 32}{2} = 58,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

için Ek 4' den $\nu = 19 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

$k = 0,023 \text{ W/m}^2\text{K}$, $Pr = 0,70$

$$Re = \frac{uD}{\nu} = \frac{3 \times 0,018}{19 \times 10^{-6}} = 2842 < 2 \times 10^5$$



olduğundan akım laminerdir. Çizelge 4.1' den $C = 0,683$ ve $m = 0,466$ bulunur ve Nu;

$$Nu = C Re^m (Pr)^{1/3} = 0,683 \times (Re)^{0,466} \times (Pr)^{1/3}$$

$$Nu = \frac{hD}{k} = 0,683 \times 2842^{0,466} \times 0,7^{1/3} = 24,6$$

$$h = \frac{k Nu}{D} = \frac{0,023 \times 24,6}{0,018}$$

$$h = 31,4 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Birim boy borudan geçen ısı miktarı;

$$Q = h \pi D (T_y - T_\infty) = 31,4 \times \pi \times 0,018 (85 - 32)$$

$$Q = 40,1 \text{ W}$$

Örnek: Bir kenarı 4,5 mm olan kare kesitli bir çubuğa dik olarak 5 m/s hızında ve sıcaklığı 30 °C olan hava akmaktadır. Çubuğun sıcaklığı 255 °C olduğuna göre birim uzunluk için ısı geçişini hesaplayınız?
Kare kesitli çubuğun düz yüzeyine dik akışta ısı taşınımı için; $Nu = 0,16.Re^{0,699} . Pr^{1/3}$ bağıntısı geçerlidir.

Çözüm:

$$T_f = \frac{30 + 255}{2} = 142,5 \text{ °C}$$

Sıcaklığındaki hava için ek 4' den

$$\nu = 28,9 \times 10^{-6}, \quad k = 0,035 \text{ W/m}^2\text{K}, \quad Pr = 0,69$$

$$Re = \frac{u a}{\nu} = \frac{5 \times 0,045}{28,9 \times 10^{-6}} = 7785$$

$$Nu = 0,16 (7785)^{0,699} (0,69)^{1/3} = 74,2$$

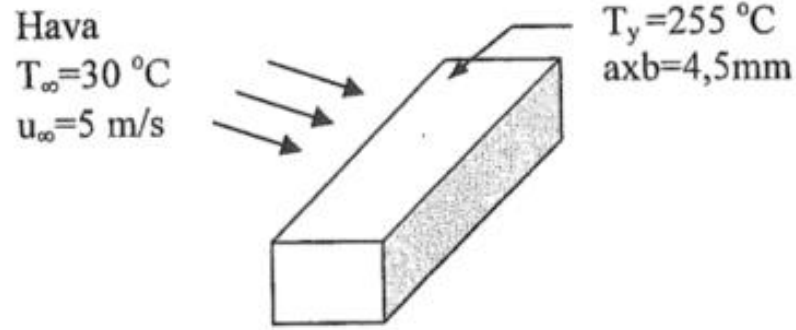
$$Nu = \frac{h a}{k} = 74,2 \quad \rightarrow \quad h = \frac{k 74,2}{a} = \frac{0,035 \times 74,2}{0,045}$$

$$h = 57,7 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Birim boy çubuktan geçen ısı miktarı;

$$Q = h A (T_y - T_a) = 57,7 \times 0,045 \times 4 \times (255 - 30)$$

$$Q = 2336,8 \text{ W/m}$$



Örnek: 10°C sıcaklıktaki soğutma suyu, bir enerji santralinin kondansatöründe 30°C sıcaklıktaki buharı 0,15 kg/sn hızında yoğunlaştırmak için kullanılmaktadır. Bu işlem, soğutma suyunun 5 m uzunluğunda ve 1,2 cm iç çaplı ince bakır borulardan oluşan bir sette dolaştırılmasıyla gerçekleştirilmektedir. Su, borulara ortalama 4 m/s hızla girmekte ve 24°C sıcaklıkta çıkmaktadır. Borular 30°C'de neredeyse izotermaldir. Su ile borular arasındaki ortalama ısı transfer katsayısını ve kondenserde belirtilen ısı transfer oranına ulaşmak için gereken boru sayısını belirleyiniz.

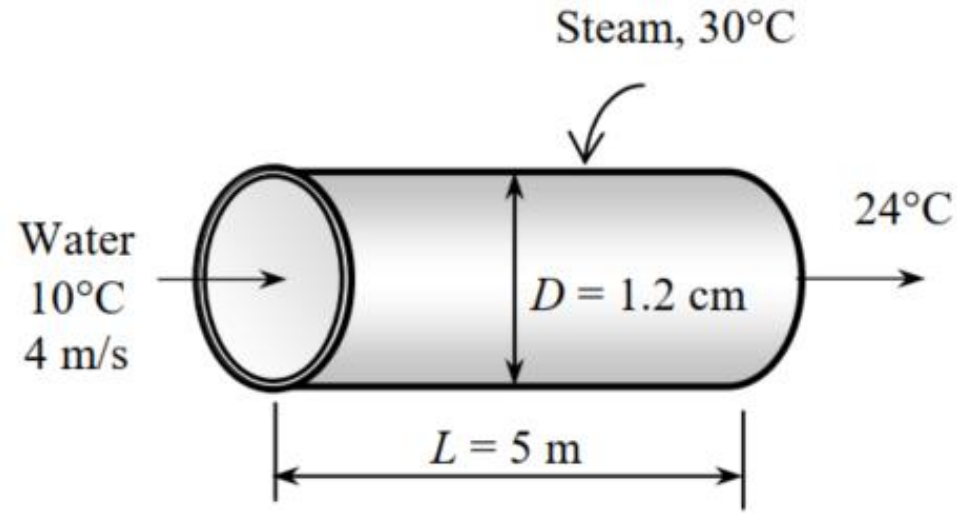
Properties The properties of water at the average temperature of $(10+24)/2=17^\circ\text{C}$ are (Table A-9)

$$\rho = 998.7 \text{ kg/m}^3$$

$$c_p = 4183.8 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$$

Also, the heat of vaporization of water at 30°C is $h_{fg} = 2431 \text{ kJ/kg}$.

Analysis The mass flow rate of water and the surface area are



$$\dot{m} = \rho A_c V_{\text{avg}} = \rho \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) V_{\text{avg}} = (998.7 \text{ kg/m}^3) \frac{\pi (0.012 \text{ m})^2}{4} (4 \text{ m/s}) = 0.4518 \text{ kg/s}$$

The rate of heat transfer for one tube is

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p (T_e - T_i) = (0.4518 \text{ kg/s})(4183.8 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})(24 - 10^\circ\text{C}) = 26,460 \text{ W}$$

The logarithmic mean temperature difference and the surface area are

$$\Delta T_{\ln} = \frac{T_e - T_i}{\ln \left(\frac{T_s - T_e}{T_s - T_i} \right)} = \frac{24 - 10}{\ln \left(\frac{30 - 24}{30 - 10} \right)} = 11.63^\circ\text{C}$$

$$A_s = \pi DL = \pi (0.012 \text{ m})(5 \text{ m}) = 0.1885 \text{ m}^2$$

The average heat transfer coefficient is determined from

$$\dot{Q} = h A_s \Delta T_{\ln} \longrightarrow h = \frac{\dot{Q}}{A_s \Delta T_{\ln}} = \frac{26,460 \text{ W}}{(0.1885 \text{ m}^2)(11.63^\circ\text{C})} \left(\frac{1 \text{ kW}}{1000 \text{ W}} \right) = \mathbf{12.1 \text{ kW/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

The total rate of heat transfer is determined from

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{m}_{\text{cond}} h_{fg} = (0.15 \text{ kg/s})(2431 \text{ kJ/kg}) = 364.65 \text{ kW}$$

Then the number of tubes becomes

$$N_{\text{tube}} = \frac{\dot{Q}_{\text{total}}}{\dot{Q}} = \frac{364,650 \text{ W}}{26,460 \text{ W}} = \mathbf{13.8}$$

Örnek: 3 cm iç çaplı dairesel bir borudan geçen yanma gazları, atmosfer basıncında atık suyu buharlaştırmak için kullanılır. Sıcak gazlar boruya 115 kPa basınç ve 250°C sıcaklıkta ortalama 5 m/s hızla girmekte ve 150°C sıcaklıkta çıkmaktadır. Ortalama ısı transfer katsayısı 120 W/m²K ve borunun iç yüzey sıcaklığı 110°C ise, **a)** boru uzunluğunu ve **b)** suyun buharlaşma hızını belirleyiniz.

Properties The properties of air at the average temperature of $(250+150)/2=200^{\circ}\text{C}$ are (Table A-15)

$$c_p = 1023 \text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$$

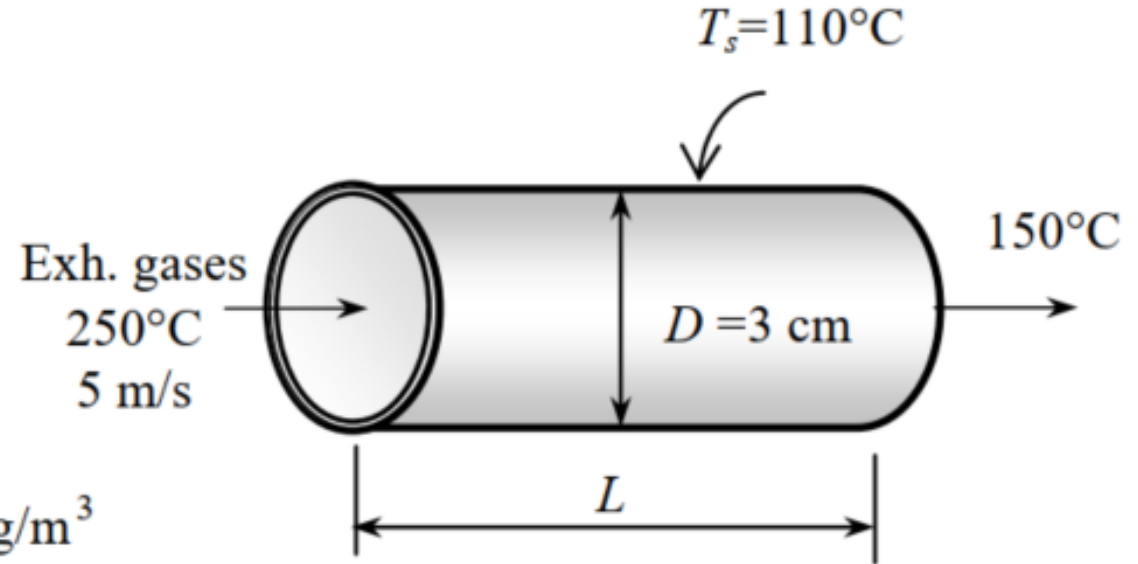
$$R = 0.287 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Also, the heat of vaporization of water at 1 atm or 100°C is $h_{fg} = 2257 \text{ kJ/kg}$ (Table A-9).

Analysis The density of air at the inlet and the mass flow rate of exhaust gases are

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{115 \text{ kPa}}{(0.287 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K})(250 + 273 \text{ K})} = 0.7662 \text{ kg/m}^3$$

$$\dot{m} = \rho A_c V_{\text{avg}} = \rho \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) V_{\text{avg}} = (0.7662 \text{ kg/m}^3) \frac{\pi (0.03 \text{ m})^2}{4} (5 \text{ m/s}) = 0.002708 \text{ kg/s}$$



The rate of heat transfer is

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_i - T_e) = (0.002708 \text{ kg/s})(1023 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C})(250 - 150^\circ\text{C}) = 277.0 \text{ W}$$

The logarithmic mean temperature difference and the surface area are

$$\Delta T_{\ln} = \frac{T_e - T_i}{\ln\left(\frac{T_s - T_e}{T_s - T_i}\right)} = \frac{150 - 250}{\ln\left(\frac{110 - 150}{110 - 250}\right)} = 79.82^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q} = hA_s\Delta T_{\ln} \longrightarrow A_s = \frac{\dot{Q}}{h\Delta T_{\ln}} = \frac{277.0 \text{ W}}{(120 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C})(79.82^\circ\text{C})} = 0.02891 \text{ m}^2$$

Then the tube length becomes

$$A_s = \pi DL \longrightarrow L = \frac{A_s}{\pi D} = \frac{0.02891 \text{ m}^2}{\pi(0.03 \text{ m})} = 0.3067 \text{ m} = \mathbf{30.7 \text{ cm}}$$

The rate of evaporation of water is determined from

$$\dot{Q} = \dot{m}_{\text{evap}}h_{fg} \longrightarrow \dot{m}_{\text{evap}} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}} = \frac{(0.2770 \text{ kW})}{(2257 \text{ kJ/kg})} = 0.0001227 \text{ kg/s} = \mathbf{0.442 \text{ kg/h}}$$

Örnek: Atmosfer basıncında ve 85 °C sıcaklıktaki sıcak hava, bir evin çatı katından geçen 8 m uzunluğunda, kenar uzunluğu 0,2 m olan, yalıtımsız kare bir kanala 0,10 m³/s debide girmektedir. Kanalin 70 °C'de neredeyse izotermal olduğu görülmektedir. Kanaldan çatı katındaki hava boşluğuna olan ısı kaybı hızını ve kanalda basınç düşüşünü hesaplayınız?

Assumptions 1 Steady operating conditions exist. 2 Air is an ideal gas with constant properties. 3 The pressure of air is 1 atm.

Properties Taking a bulk mean fluid temperature of 80°C assuming that the air does not lose much heat to the attic, the properties of air are (Table A-15)

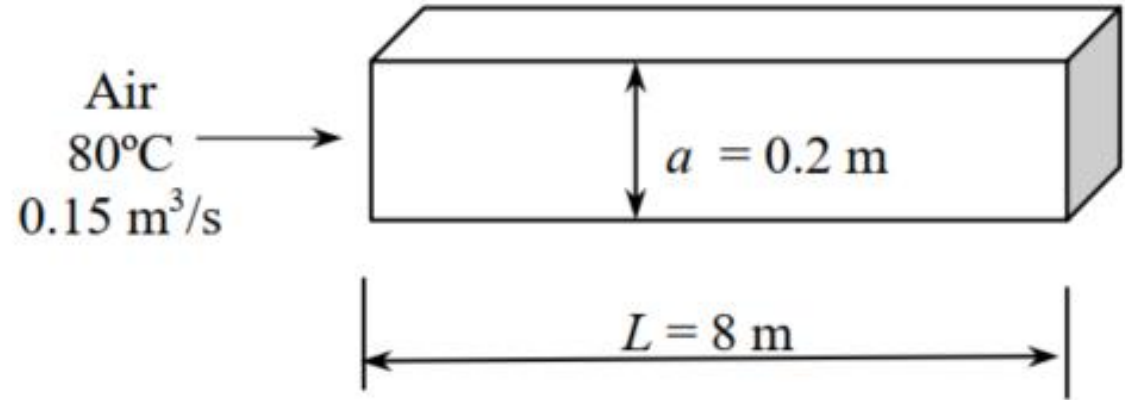
$$\rho = 0.9994 \text{ kg/m}^3$$

$$k = 0.02953 \text{ W/m.}^\circ\text{C}$$

$$\nu = 2.097 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$c_p = 1008 \text{ J/kg.}^\circ\text{C}$$

$$\text{Pr} = 0.7154$$



Analysis The mean velocity of air, the hydraulic diameter, and the Reynolds number are

$$V = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{0.15 \text{ m}^3/\text{s}}{(0.2 \text{ m})^2} = 3.75 \text{ m/s}$$

$$D_h = \frac{4A}{P} = \frac{4a^2}{4a} = a = 0.2 \text{ m}$$

$$\text{Re} = \frac{VD_h}{\nu} = \frac{(3.75 \text{ m/s})(0.2 \text{ m})}{2.097 \times 10^{-5}} = 35,765$$

which is greater than 10,000. Therefore, the flow is turbulent and the entry lengths in this case are roughly

$$L_h \approx L_t \approx 10D_h = 10(0.2 \text{ m}) = 2 \text{ m}$$

which is much shorter than the total length of the pipe. Therefore, we can assume fully developed turbulent flow in the entire duct, and determine the Nusselt number from

$$\text{Nu} = \frac{hD_h}{k} = 0.023 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{0.3} = 0.023(35,765)^{0.8} (0.7154)^{0.3} = 91.4$$

Heat transfer coefficient is

$$h = \frac{k}{D} \text{Nu} = \frac{0.02953 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{0.2 \text{ m}} (91.4) = 13.5 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

Next we determine the exit temperature of air

$$A = 4aL = 4(0.2 \text{ m})(8 \text{ m}) = 6.4 \text{ m}^2$$

$$T_e = T_s - (T_s - T_i)e^{-hA/(\dot{m}c_p)} = 60 - (60 - 80)e^{-\frac{(13.5)(6.4)}{(0.9994)(0.15)(1008)}} = 71.3^\circ\text{C}$$

Then the rate of heat transfer becomes

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_i) = (0.9994 \text{ kg/m}^3)(0.15 \text{ m}^3/\text{s})(1008 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C})(80 - 71.3)^\circ\text{C} = \mathbf{1315 \text{ W}}$$

From Moody chart:

$$\text{Re} = 35,765 \text{ and } \varepsilon/D = 0.001 \rightarrow f = 0.026$$

Then the pressure drop is determined to be

$$\Delta P = f \frac{\rho V^2}{2D} L = (0.026) \frac{(0.9994 \text{ kg/m}^3)(3.75 \text{ m/s})^2}{2(0.2 \text{ m})} (8 \text{ m}) = \mathbf{7.3 \text{ Pa}}$$

Formüller

$$\eta_f = \frac{\tanh(m \cdot l)}{(m \cdot l)}$$
$$q_f = \eta_f \cdot q_{mak}$$

$$m = \sqrt{\frac{h \cdot P}{k \cdot A_c}}$$

$$f = \frac{64}{Re}$$
$$f = 0,316 \cdot Re^{-0,25}$$
$$f = 0,184 \cdot Re^{-0,2}$$

$$Nu = 0,664 Re^{0,5} Pr^{1/3}$$
$$Nu = 0,037 Re^{0,8} Pr^{1/3}$$

$$\Delta P = f \frac{u^2}{2} \rho$$
$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{u^2}{2} \rho$$

$$Nu = 3,66$$
$$Nu = 4,36$$
$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^n$$
$$(\underline{n} = 0,3 \text{ ve } n = 0,4)$$